"É inteiramente irrelevante que um número real seja, por acaso, uma coleção de números racionais; tal fato nunca deveria entrar na demonstração de qualquer teorema importante sobre números reais. Demonstrações aceitáveis deveriam usar apenas o fato de que os números reais formam um corpo ordenado completo..."

Assim, um processo qualquer de construção dos números reais a partir dos racionais é importante apenas porque prova que corpos ordenados completos existem. A partir daí, tudo o que interessa é que $\mathbb{R}$ é um corpo ordenado completo.

Uma pergunta relevante é, porém, a seguinte: ao definir o conjunto $\mathbb{R}$ dos números reais, não estamos sendo ambíguos? Em outras palavras, será que existem dois corpos ordenados completos com propriedades distintas? Esta é a questão da *unicidade* de $\mathbb{R}$.

Evidentemente, num sentido exageradamente estrito, não se pode dizer que existe apenas *um* corpo ordenado completo. Se construímos os números reais por meio de cortes de Dedekind, obtemos um corpo ordenado completo cujos elementos são coleções de números racionais. Se usamos o processo de Cantor, o corpo ordenado completo que obtemos é formado por classes de equivalência de seqüências de Cauchy. São, portanto, dois corpos ordenados completos diferentes um do outro. O ponto fundamental é que eles diferem apenas pela natureza dos seus elementos, mas não pela maneira como esses elementos se comportam. Ora, já concordamos, desde o capítulo anterior, em adotar o método axiomático, segundo o qual a natureza intrínseca dos objetos matemáticos é uma matéria irrelevante, sendo o importante as relações entre esses objetos. Assim sendo, a maneira adequada de formular a questão da unicidade dos números reais é a seguinte: existem dois corpos ordenados completos não-isomorfos? A resposta é negativa. Dados K, L, corpos ordenados completos, existe uma única bijeção $f\colon K \to L$ tal que $f(x + y) = f(x) + f(y)$ e $f(x \cdot y) = f(x) \cdot f(y)$. A função f chama-se um *isomorfismo* entre K e L. Ela cumpre, *ipso-facto*, a condição $x < y \Leftrightarrow f(x) < f(y)$. Os corpos K e L são, pois, *isomorfos*, ou seja, indistinguíveis no que diz respeito a propriedades de corpos ordenados completos.

Os Exercs. 55 e 56 no fim deste capítulo sugerem uma demonstração de que, a menos de um isomorfismo, existe apenas um corpo ordenado completo. Isto garante que os axiomas que apresentaremos a seguir descrevem os números reais sem ambigüidade alguma.