Série monográfica Qualidade

Controle Estatístico do Processo

Cartas de Controle para Variáveis, Cartas de Controle para Atributos, Função de Perda Quadrática, Análise de Sistemas de Medição

José Luis Duarte Ribeiro & Carla Schwengber ten Caten

Publicado por

FEENG/UFRGS – Fundação Empresa Escola de Engenharia da UFRGS
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção

Porto Alegre, RS

2012

Catalogação-na-publicação(CIP). UFRGS. Escola de Engenharia. Biblioteca

José Luís Duarte Ribeiro e Carla Shwengber ten Caten.
Porto Alegre: FEENG/UFRGS, 2012. 172p. (Série Monográfica Qualidade)
ISBN 85-88085-10-0
Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. III. Título. IV. Série CDU-519.2

FEENG – Fundação Empresa Escola de Engenharia da UFRGS
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção

Osvaldo Aranha, 99 sala LOPP, 5 andar
90040-020 Porto Alegre – RS – Brasil
Tel. 55 51 3308 3490 / 3308 4293
Fax: 55 51 3308 4007
e-mail: tencaten@producao.ufrgs.br

Projeto Gráfico

Lia Buarque de Macedo Guimarães

Editoração Eletrônica

Andréia Fabiane Nahra Leal
Fabíolla Granata
Gustavo Schroeder

Ilustração da Capa

Antônio Bandeira, *Composição*, 1952
aquarela e nanquim s/ papel 22,5 X 30 cm
Coleção Particular

Controle Estatístico do Processo

1 Introdução ao Controle Estatístico do Processo

José Luis Duarte Ribeiro
Carla ten Caten

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

De acordo com a definição de Taguchi, um produto ou serviço de qualidade é aquele que atende perfeitamente às especificações, atingindo o valor alvo com a menor variabilidade possível em torno dele.

Cada produto possui um número de elementos que, em conjunto, descrevem sua adequação ao uso. Esses elementos são freqüentemente chamados características da qualidade ou indicadores de desempenho.

Segundo Montgomery (1985), essas características podem ser de diversos tipos: físicas, tais como comprimento, peso, voltagem e viscosidade; sensoriais, como gosto, aparência e cor; ou de orientação temporal, como confiabilidade, manutenção, utilidade e durabilidade.

O controle estatístico do processo (CEP) é uma técnica estatística aplicada à produção que permite a redução sistemática da variabilidade nas características da qualidade de interesse, contribuindo para a melhoria da qualidade intrínseca, da produtividade, da confiabilidade e do custo do que está sendo produzido.

DEFINIÇÃO DO CONTROLE ESTATÍSTICO DO PROCESSO

O controle estatístico do processo é um sistema de inspeção por amostragem, operando ao longo do processo, com o objetivo de verificar a presença de causas especiais, ou seja, causas que não são naturais ao processo e que podem prejudicar a qualidade do produto manufaturado. Uma vez identificadas as causas especiais, podemos atuar sobre elas, melhorando continuamente os processos de produção e, por conseguinte, a qualidade do produto final.

O CEP fornece uma radiografia do processo, identificando sua variabilidade e possibilitando o controle dessa variabilidade ao longo do tempo através da coleta de dados continuada, análise e bloqueio de possíveis causas especiais que estejam tornando o sistema instável.

Num ambiente competitivo, o controle estatístico abre caminho para melhorias contínuas, uma vez que garante um processo estável, previsível, com uma identidade e capacidade definidas, cuja evolução pode ser facilmente acompanhada.

OBJETIVOS DO CONTROLE ESTATÍSTICO DO PROCESSO

O principal objetivo do CEP é possibilitar um controle eficaz da qualidade, feito pelo próprio operador em tempo real. Isso aumenta o comprometimento do operador com a qualidade do que está sendo produzido e libera a gerência para as tarefas de melhoria.

O CEP possibilita o monitoramento das características de interesse, assegurando que elas irão se manter dentro de limites preestabelecidos e indicando quando devem ser tomadas ações de correção e melhoria. É importante ressaltar a importância de se detectar os defeitos o mais cedo possível, para evitar a adição de matéria-prima e mão-de-obra a um produto defeituoso.

O CEP objetiva aumentar a capacidade dos processos, reduzindo refugo e retrabalho, e, por conseqüência, o custo da má qualidade. Assim, ele proporciona às empresas a base para melhorar a qualidade de produtos e serviços e, simultaneamente, reduzir substancialmente o custo da má qualidade.

ORIGENS HISTÓRICAS DAS CARTAS DE CONTROLE

O controle da qualidade iniciou na década de 20, nos Estados Unidos, como resultado de avanços na tecnologia de medição e da aplicação industrial das cartas de controle, desenvolvidas pelo Dr. Walter A. Shewhart, da empresa de telefonia *Bell Telephone Laboratories*.

O Dr. Walter Shewhart desenvolveu uma técnica simples mas poderosa para fazer a distinção entre causas comuns e causas especiais: as cartas de controle do processo.

Ele propôs o uso das cartas de controle para a análise dos dados provenientes de amostragem, substituindo a mera detecção e correção de produtos defeituosos pelo estudo e prevenção dos problemas relacionados à qualidade, visando impedir que produtos defeituosos fossem produzidos.

Em seguida, o controle da qualidade foi também adotado na Inglaterra. Em 1935, os trabalhos do estatístico E. S. Pearson foram utilizados como base para os padrões normativos britânicos.

A Segunda guerra mundial foi decisiva para a aplicação do controle de qualidade e da estatística moderna em um maior número de indústrias americanas. Após a guerra, foi a vez do Japão adotar o controle estatístico da qualidade, seguindo os padrões americanos.

A partir de 1954, com os seminários do engenheiro americano J. M. Duran, os japoneses começaram a perceber que o controle da qualidade dependia muito de fatores humanos e culturais. A partir dessa percepção, foi desenvolvido um método japonês para o controle da qualidade, que deu origem ao controle da qualidade total no estilo japonês, envolvendo a participação de todos os setores e funcionários da empresa e que muito contribuiu para que o Japão passasse a fabricar produtos da mais alta qualidade.

Recentemente, vários países perceberam as vantagens do controle da qualidade e um grande número de empresas em todo o mundo vêm utilizando os métodos do controle da qualidade, com as adaptações necessárias às suas situações específicas.

SISTEMA DE CONTROLE DO PROCESSO

O controle da qualidade depende de quatro elementos fundamentais, que constituem um sistema de controle do processo e que serão apresentados a seguir.

O processo em si

O processo em si é uma combinação de equipamentos, insumos, métodos, procedimentos e pessoas, tendo como objetivo a fabricação de um bem ou o fornecimento de um serviço (efeito).

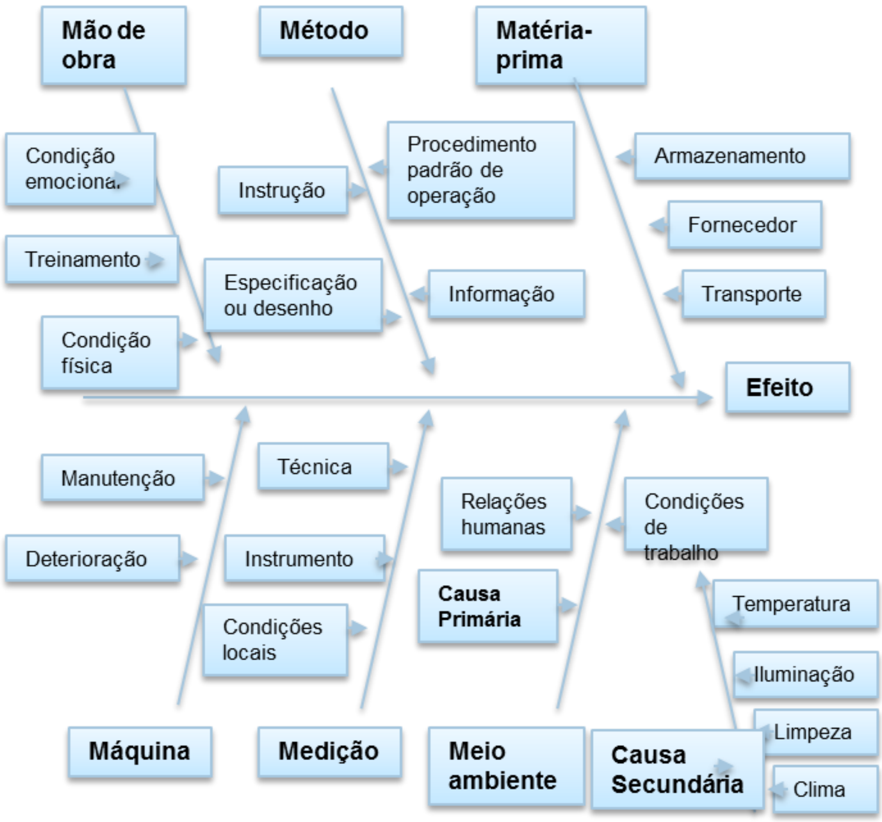


Figura 1– Detalhamento das fontes de variabilidade no Diagrama de Causa e Efeito

O desempenho do processo depende da maneira como ele foi projetado e construído e da maneira como ele é operado. O restante do sistema, que será descrito na continuação, é útil na medida em que contribui para melhorar o desempenho do processo.

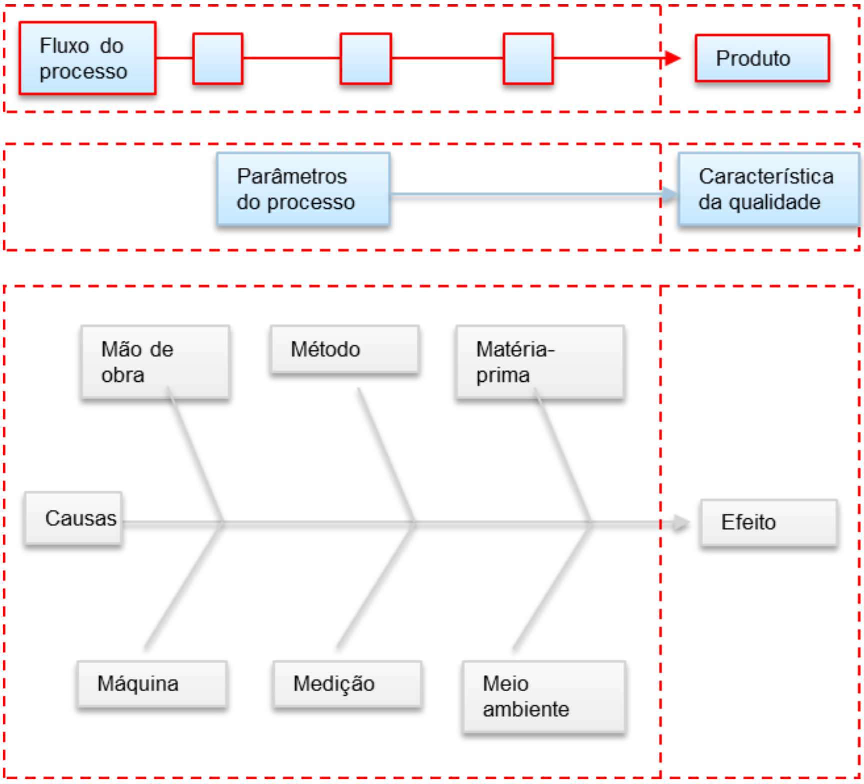


Figura 2 - Diagrama de Causa e Efeito

Informações sobre o processo

As informações sobre o desempenho de um processo são obtidas a partir do estudo cruzado dos itens a seguir: a) qualidade das características do produto final, b) qualidade das características intermediárias e c) ajuste dos parâmetros do processo.

As informações sobre o processo são úteis na medida em que alavancam ações de melhoria. Se não se pretende agir sobre o processo, coletar informações é inútil e dispendioso.

Ações sobre o processo

A coleta de dados e as ações ao longo do processo são orientadas para o futuro, pois permitem detectar o defeito assim que ele é gerado, possibilitando a atuação sobre o processo no momento e local adequado. Essas ações podem envolver: controle sobre as matérias primas; ajuste nos parâmetros do processo; manutenção periódica; treinamento de operadores, etc. Corrigindo-se o processo, evita-se que novas peças defeituosas sejam produzidas.

Ações sobre o produto final

As inspeções sobre o produto final são orientadas para o passado, pois elas permitem apenas separar o produto conforme do produto não-conforme (refugo) que pode eventualmente ser retrabalhado. As inspeções têm algumas vantagens pois impedem que produtos defeituosos cheguem ao cliente, mas não são uma forma eficiente de ação. Agir sobre o processo é mais eficaz, pois impede que novas peças defeituosas sejam produzidas.

VARIABILIDADE: CAUSAS COMUNS E CAUSAS ESPECIAIS

A variabilidade está sempre presente em qualquer processo produtivo, independente de quão bem ele seja projetado e operado. Se compararmos duas unidades quaisquer, produzidas pelo mesmo processo, elas jamais serão exatamente idênticas.

Contudo, a diferença entre peças pode ser grande, provocando o aparecimento de produtos defeituosos, ou pode ser praticamente imperceptível. Além disso, as fontes de variabilidade podem agir de forma diferente sobre o processo. Conforme a fonte de variabilidade, o resultado pode ser: a) pequenas diferenças peça-a-peça (habilidade do operador, diferenças na matéria-prima etc.), b) alteração gradual no processo (desgaste de ferramentas, temperatura do dia etc.) e c) alteração brusca no processo (mudança de procedimento, queda de corrente, troca de set up etc.).

Para o gerenciamento do processo e redução da variabilidade, é importante investigar as causas da variabilidade no processo. O primeiro passo é distinguir entre causas comuns e causas especiais.

Deming (1986) explica que a confusão entre causas comuns e especiais leva à maior variabilidade e a custos mais elevados. A atuação em causas comuns como se fossem causas especiais pode levar a um aumento indesejado da variação, além de representar um custo desnecessário.

Por outro lado, se causas especiais passarem despercebidas, elas podem ser incorporadas ao resultado do processo, tornando aceitável o que deveria ser rejeitado, além de se perder uma oportunidade de melhoria do produto.

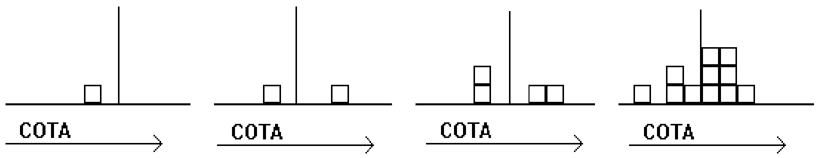
Causas comuns

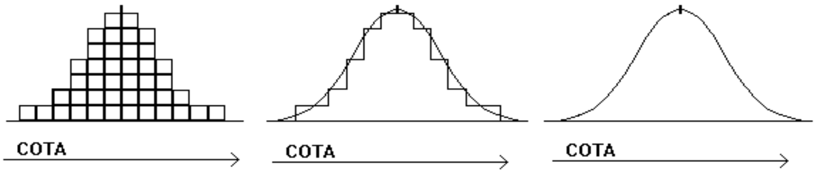
As causas comuns são as diversas fontes (causas) de variação que atuam de forma aleatória no processo, gerando uma variabilidade inerente do processo. Essa variabilidade representa o padrão natural do processo, pois é resultante do efeito cumulativo de pequenas fontes de variabilidade (causas) que acontecem diariamente, mesmo quando o processo está trabalhando sob condições normais de operação.

Um processo que apresenta apenas as causas comuns atuando é dito um processo estável ou sob controle, pois apresenta sempre a mesma variabilidade ao longo do tempo.

Devido à variabilidade inerente do processo, as medidas individuais de uma característica de qualidade são todas diferentes entre si, mas quando agrupadas elas tendem a formar um certo padrão. Quando o processo é estável, esse padrão pode ser descrito por uma distribuição de probabilidade, como podemos ver na Figura 3.

Figura 3- Distribuição de probabilidade de um processo.





Uma distribuição de probabilidade se caracteriza por três parâmetros, como podemos visualizar na Figura 4.

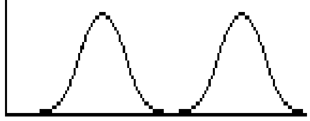
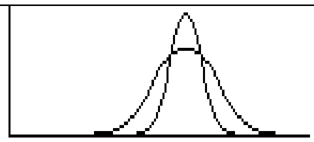
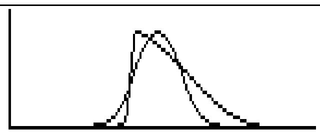
- Parâmetro de localização: que representa a tendência central dos dados. Ao lado podem ser vistas duas distribuições com parâmetros de localização diferentes	
- Parâmetro de dispersão: que representa a variabilidade dos dados em torno da tendência central. Ao lado podem ser vistas duas distribuições com parâmetros de dispersão diferentes	
- Parâmetro de forma: que representa a forma da distribuição: simétrica, assimétrica, uniforme, exponencial, etc.. Ao lado podem ser vistas duas distribuições com parâmetros de forma diferentes	

Figura 4- Parâmetros de uma distribuição de probabilidade.

As causas comuns, em geral, só podem ser resolvidas por uma ação global sobre o sistema, e muitas vezes a atuação sobre elas não se justifica economicamente. Os operadores estão em boa posição para identificá-las, mas a sua correção exige decisão gerencial. A correção pode não se justificar economicamente.

Causas especiais

As causas especiais são causas que não são pequenas e não seguem um padrão aleatório (erros de set up, problemas nos equipamentos ou nas ferramentas, um lote de matéria prima com características muito diferentes etc.) e por isso também são chamadas de causas assinaláveis. São consideradas falhas de operação. Elas fazem com que o processo saia fora de seu padrão natural de operação, ou seja, provocam alterações na forma, tendência central ou variabilidade das características de qualidade. Elas reduzem significativamente o desempenho do processo e devem ser identificadas e neutralizadas, pois sua correção se justifica economicamente.

As causas especiais geralmente são corrigidas por ação local e, por isso, são de responsabilidade dos operadores, apesar de algumas vezes a gerência estar em melhor posição para resolver o problema.

Na Tabela 1, apresenta-se um resumo das causas comuns e especiais.

Tabela 1- Resumo das causas comuns e especiais

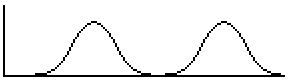
Aspecto	**Comum**	**Especial**
Investimento	Pequeno	Grande
Visibilidade do problema	Grande – A natureza súbita chama a atenção de todos	Pequena – A natureza contínua faz com que todos se acostumem ao problema
Ação requerida	Restabelecer o nível anterior	Mudar para nível melhor
Dados	Simples, coleta rotineira e muito frequente	Complexos, coleta especial e pouco frequente
Análise	Simples e feita pelo pessoal próximo ao processo	Complexa e feita por pessoal técnico
Responsabilidade pela ação	Operadores, pessoal próximo ao processo	Pessoal da gerência

A meta de um sistema de controle do processo é permitir que sejam realizadas decisões corretas referentes a quando agir sobre o processo, pois tanto o excesso de ação quanto a falta de ação são prejudiciais. Assim, a função do sistema de controle do processo é fornecer um sinal estatístico sempre que causas especiais estejam presentes, de forma que ações corretivas possam ser disparadas.

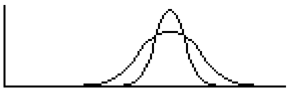
DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

Uma distribuição de probabilidade se caracteriza por três parâmetros:

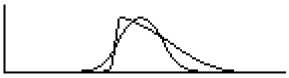
- Parâmetro de localização: que representa a tendência central dos dados. Ao lado podem ser vistas duas distribuições com parâmetros de localização diferentes;



- Parâmetro de localização: que representa a tendência central dos dados. Ao lado podem ser vistas duas distribuições com parâmetros de localização diferentes

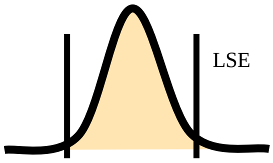


- Parâmetro de localização: que representa a tendência central dos dados. Ao lado podem ser vistas duas distribuições com parâmetros de localização diferentes



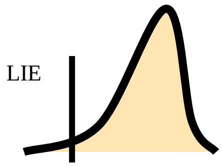
TIPOS DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE
Tipo nominal-é-melhor

Características de qualidade do tipo nominal-é-melhor (por exemplo, características dimensionais) tendem a apresentar uma distribuição de probabilidade aproximadamente simétrica, pois as causas de variabilidade geram valores que podem se afastar tanto para cima como para baixo do alvo. Elas apresentam limite superior de especificação e limite inferior de especificação.



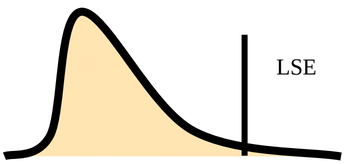
Tipo maior-é-melhor

Características de qualidade do tipo maior-é-melhor (por exemplo, resistência mecânica) tendem a apresentar uma distribuição de probabilidade assimétrica à esquerda, pois muitas vezes existem limitações tecnológicas que dificultam a obtenção de valores altos, enquanto que muitos causas de variabilidade podem gerar valores baixos. Elas apresentam apenas limite inferior de especificação.



Tipo menor-é-melhor

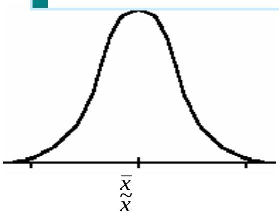
Características de qualidade do tipo menor-é-melhor (por exemplo, nível de ruído) tendem a apresentar uma distribuição de probabilidade assimétrica à direita, pois muitas vezes existem limitações tecnológicas dificultando a obtenção de valores baixos, enquanto que muitos causas de variabilidade podem gerar valores altos. Elas apresentam apenas limite superior de especificação.



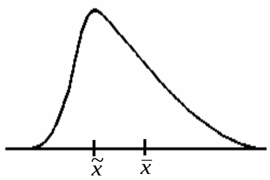
Comparaçao entre média e mediana

A comparação entre média e mediana ajuda a identificar o tipo de distribuição de probabilidade

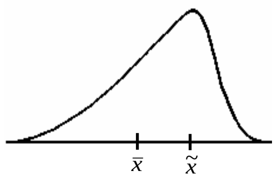
A	Distribuição simétrica	10 12 14 16 18	$\bar{x} = 14 \; = \; \tilde{x} = 14$
B	Distribuição assimétrica à direita	10 12 14 16 23	$\bar{x} = 15 \; > \; \tilde{x} = 14$
C	Distribuição assimétrica à esquerda	05 12 14 16 18	$\bar{x} = 13 \; < \; \tilde{x} = 14$



Simétrica
Forma de Sino



Assimétrica à Direita
Assimetria Positiva



Assimétrica à Esquerda
Assimetria Negativa

ANÁLISE DAS CARTAS DE CONTROLE

No início de estudos que utilizam cartas de controle, o processo é colocado em funcionamento e são coletados dados referentes à característica em estudo. Esses dados podem ser, entre outros: a) dimensões de uma peça usinada, b) número de defeitos em um circuito impresso, c) viscosidade de um produto químico, d) resistência de um componente e e) peso de um refrigerante.

A coleta de dados é realizada com uma certa freqüência e tamanho de amostra definidos de acordo com a característica em estudo. Por exemplo, pode ser adequado coletar, de hora em hora, amostras com 3 peças e medir seus diâmetros. A freqüência de amostragem deve ser compatível com as principais causas de variabilidade presentes no sistema.

Logo após, calcula-se a média, o desvio-padrão e então os limites de controle associados às causas comuns de variabilidade poderão ser definidos. Na Figura 5, pode-se visualizar os limites de controle em um exemplo de carta de controle.

Uma vez definidos os limites de controle, os dados continuam sendo coletados e são plotados na carta de controle. Esta é a tarefa do dia-a-dia (monitoramento).

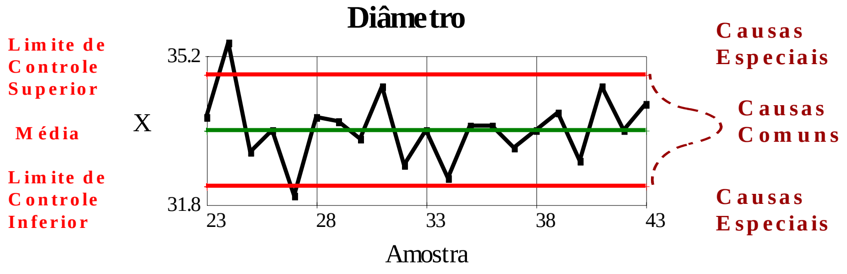


Figura 5- Exemplo de uma carta de controle

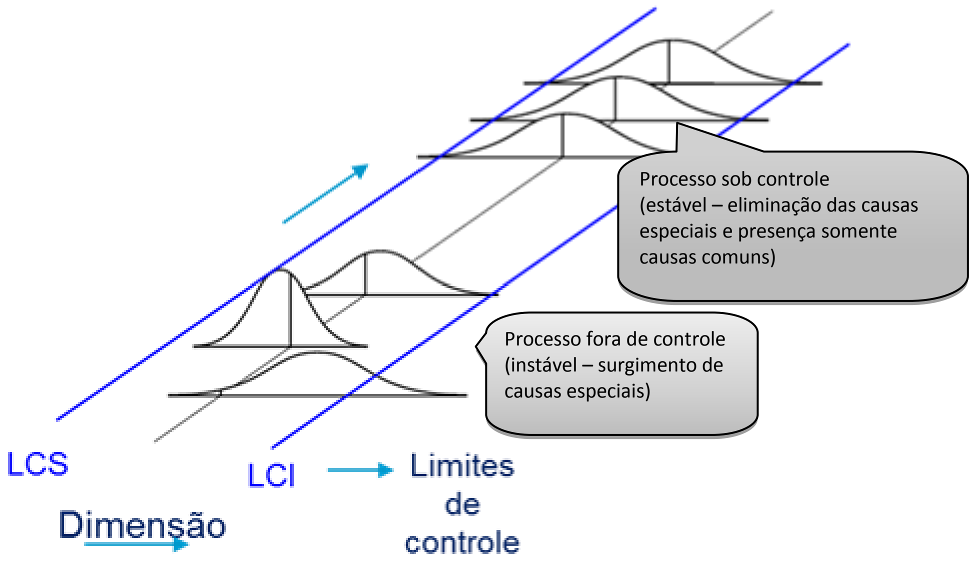


Figura 6–Processo instável vs processo estável

Como pode ser visualizado na Figura 7 e na Figura 8, se apenas as causas comuns estão presentes, o processo é estável e o esperado é que os pontos plotados permaneçam dentro dos limites de controle. Se causas especiais estão presentes, o processo é instável e são esperados pontos fora dos limites de controle ou padrões não aleatórios na seqüência de pontos, indicando a provável presença de causas especiais.

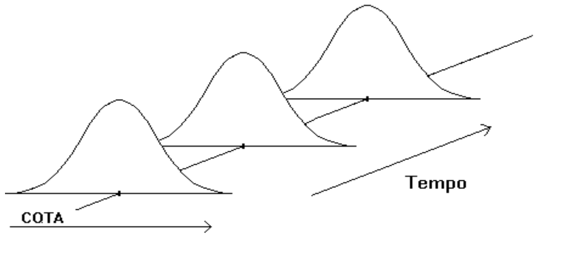
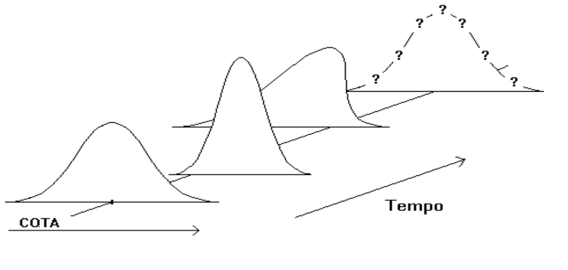
<table>
<tr><td>Se apenas as causas comuns estão presentes, o comportamento do processo é estável e previsível</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Se causas especiais estão presentes, o comportamento do processo não é estável, e não é previsível</td><td>
</td></tr>
</table>

Figura 7–Distribuição de probabilidade de um processo estável versus instável

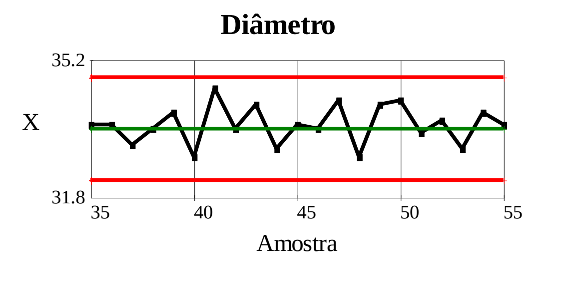
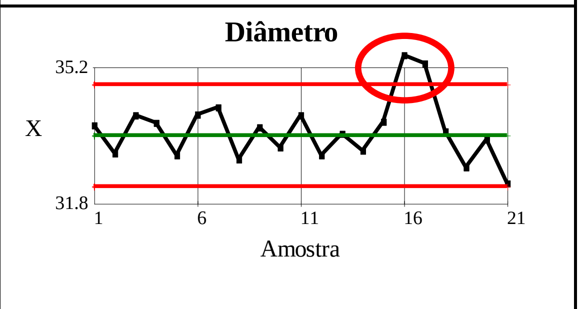
<table>
<tr><td>Se o processo é estável, apenas as causas comuns estão presentes, logo as medidas devem se manter dentro dos limites de controle</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Se o processo é instável, aparecem pontos fora dos limites de controle ou uma seqüência de pontos não-aleatória indicando a presença de causas especiais</td><td>
</td></tr>
</table>

Figura 8 Cartas de controle de um processo estável versus instável

Em geral, no início do monitoramento, os processos apresentam várias causas especiais, como pode ser visto na Figura 9. Então, acontecem ações dirigidas pelas cartas de controle, e aos poucos as causas especiais vão sendo identificadas e eliminadas uma a uma. Com o passar do tempo, obtém-se um processo estável e previsível.

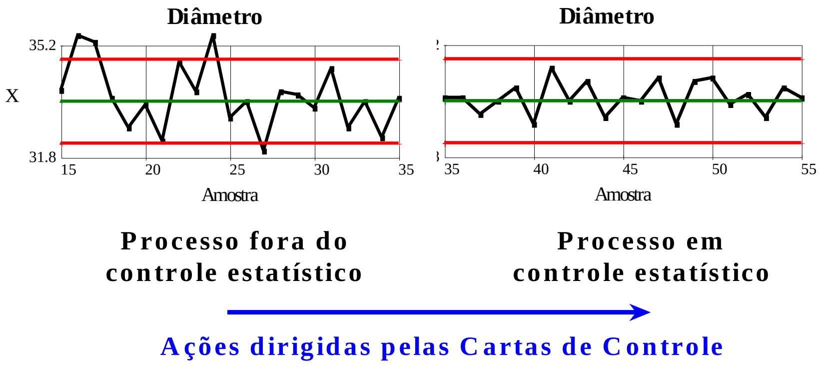


Figura 9- Ações dirigidas pelas cartas de controle

Análise da capacidade do processo

Após a eliminação de todas as causas especiais, o processo estará funcionando em controle estatístico. Um processo em controle estatístico ou estável é aquele que possui variabilidade associada apenas às causas comuns, ou seja, ele segue um certo padrão previsível ao longo do tempo. No entanto, esse padrão estável do processo pode ou não ser capaz de produzir peças que atendam às especificações de clientes ou de projeto. Uma vez eliminadas as causas especiais, pode-se então avaliar a real capacidade do processo comparando sua variabilidade (associada apenas às causas comuns) com as especificações.

Como pode-se visualizar na Figura 11, se a variabilidade devida às causas comuns for excessiva, ou seja, maior do que a amplitude das especificações, o processo é dito não capaz e a gerência deve atuar sobre o sistema. Se a variabilidade inerente do processo for menor do que a amplitude de especificações, o processo é dito capaz. Nesse caso, as ações devem ser tomadas apenas quando o processo apresentar eventuais causas especiais.

Quando o processo é instável, ou seja, apresenta causas especiais, a avaliação de sua capacidade não faz muito sentido, pois reflete apenas um determinado momento já que o processo não apresenta um comportamento previsível.

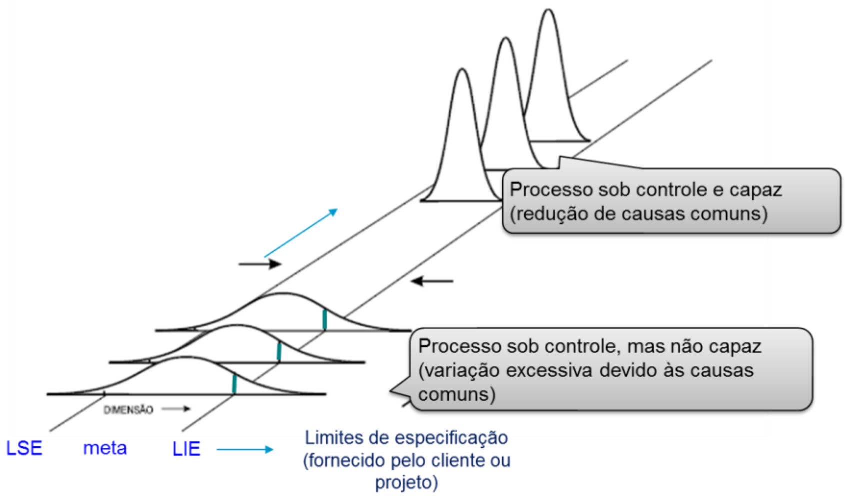


Figura 10 – Comparação de capacidades

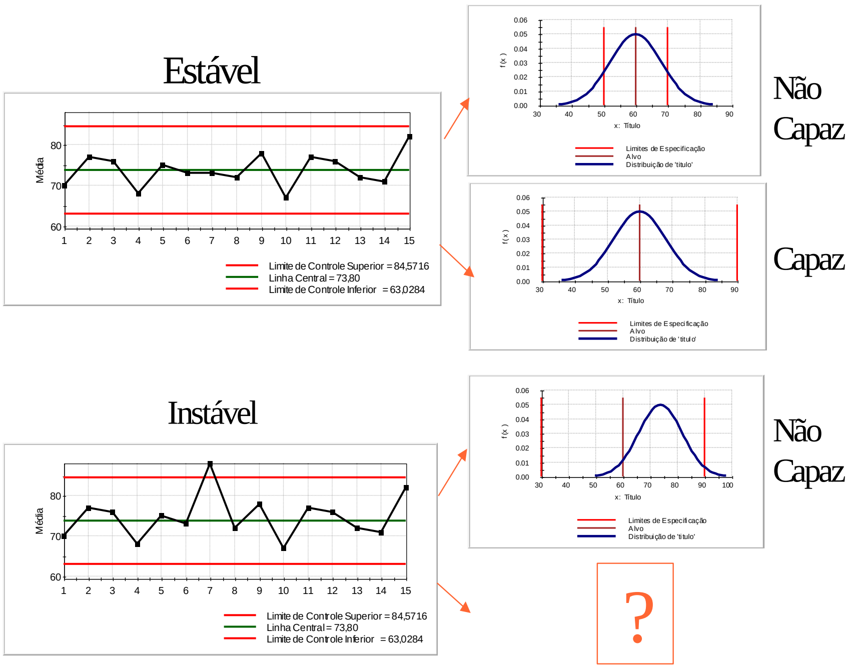


Figura 11- Avaliação da capacidade de um processo estável versus instável

Procedimento iterativo de melhoria

As cartas de controle fazem parte de um procedimento iterativo de melhoria, como pode-se visualizar na Figura 12.

Primeiro, coleta-se dados para calcular os limites de controle, ou seja, define-se qual o padrão de variabilidade natural do processo. Uma vez calculados os limites de controle, faz-se a análise da estabilidade do processo, ou seja, monitoram-se as cartas de controle para identificar a presença de causas especiais. Se o processo não for estável, os operadores devem agir localizadamente no sentido de corrigir as eventuais causas especiais.

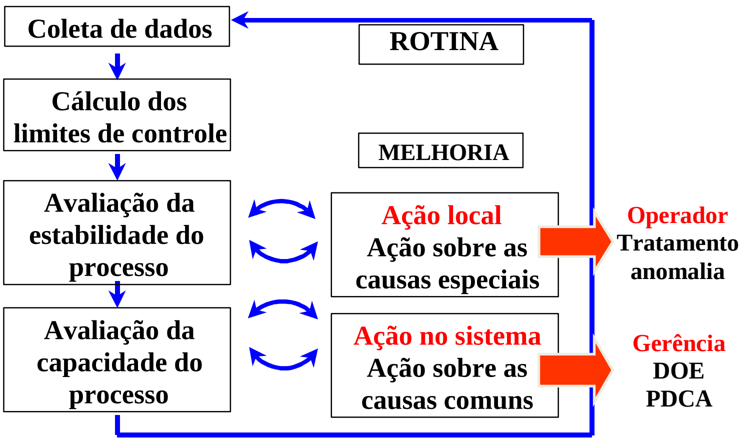


Figura 12- Procedimento iterativo de melhoria

Uma vez identificadas e eliminadas as causas especiais, o processo se torna estável e previsível, logo podemos avaliar sua real capacidade de produzir peças que atendam às especificações. Se a variabilidade associada às causas comuns for maior do que a amplitude das especificações, a gerência deve atuar sobre o sistema como um todo para reduzir essa variabilidade.

Como pode ser visto, o procedimento de melhoria da qualidade através do controle estatístico acontece em duas etapas principais. Primeiro, eliminando-se as causas especiais para tornar o processo estável e previsível ao longo do tempo. Essa melhoria é conseguida através de ações localizadas, efetuadas pelos operadores. Essas ações se justificam economicamente e, em geral já são suficientes, pois freqüentemente verifica-se que o processo, uma vez estável, atende às especificações. Segundo, quando necessário, atuando-se no sistema para reduzir as causas comuns de variabilidade. Essa melhoria é de responsabilidade da gerência, pois em geral envolvem maiores investimentos que nem sempre se justificam economicamente.

Ou seja, começa-se atuando nas causas especiais que provocam um dano bastante grande ao processo e são relativamente fáceis de bloquear e, apenas quando necessário, atua-se nas causas comuns de variabilidade, que mobilizam maiores recursos.

INSPEÇÃO *VERSUS* CONTROLE ESTATÍSTICO DO PROCESSO

A inspeção e o controle estatístico do processo possuem características e objetivos distintos, como será esclarecido nos tópicos abaixo.

Inspeção

No curto prazo, uma inspeção 100% fornece mais resultados na detecção de unidades defeituosas, pois elas são filtradas e dirigidas para retrabalho ou sucata.

No entanto, as atividades de inspeção não promovem a melhoria dos processos, pois tomam tempo e mobilizam os recursos em atividades que não agregam valor. Além disso, levam a um certo relaxamento na manufatura, uma vez que tudo vai ser inspecionado depois.

O processo de filtrar unidades defeituosas gera uma distribuição que se assemelha ao modelo uniforme, com muitas unidades afastadas do alvo, conforme aparece na Figura 13.

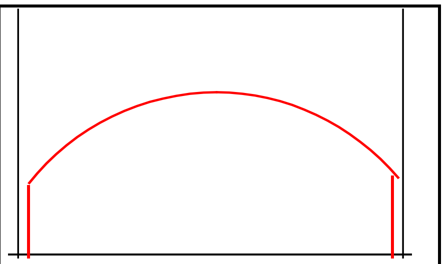
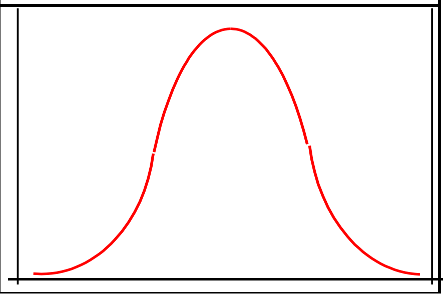
Resultado de inspeção massiva: - muitas unidades afastadas do alvo, - operadores e desempenho do processo dependentes da inspeção	
Resultados do CEP: - unidades centradas em torno do alvo, - operadores e desempenho do processo livres da inspeção	

Figura 13- Distribuição de probabilidade de um processo com inspeção 100% versus CEP.

Controle estatístico do processo

O CEP, ao contrário da inspeção 100%, prioriza ações sobre as causas especiais, ou seja, sobre a origem do problema. Ele não utiliza inspeção massiva, pois isso iria mobilizar os recursos que são importantes para a solução das causas especiais.

Além disso, de nada adiantaria identificar, logo no primeiro dia, um grande número de causas especiais, pois faltariam recursos para a investigação dessas causas.

O CEP opera numa escala de tempo mais longa, pois as causas especiais vão sendo identificadas e eliminadas aos poucos, ao longo do tempo, com paciência e persistência.

No final das contas, o CEP atinge aquilo que aparentemente não é o seu objetivo, ou seja: um processo livre de unidades defeituosas, que atende amplamente às especificações e cujo desempenho independe das atividades de inspeção.

Vantagens do controle estatístico do processo

O emprego correto das cartas de controle: a) permite que o monitoramento do processo seja executado pelos próprios operadores, b) fornece uma distinção clara entre causas comuns e causas especiais, servindo de guia para ações locais ou gerenciais, c) fornece uma linguagem comum para discutir o desempenho do processo, possibilitando a alocação ótima dos investimentos em melhoria da qualidade e d) auxilia o processo a atingir alta qualidade, baixo custo unitário, consistência e previsibilidade.

Em um ambiente competitivo, só há espaço para as empresas que adotam uma ótica de melhoria contínua.

Assim, periodicamente é preciso rever as especificações, reavaliar a capacidade do processo e agir sobre o sistema quando necessário.

A melhora da qualidade, representada pela redução da variabilidade do processo, promove, natural e inevitavelmente, um aumento de produtividade. Melhorando a qualidade, os custos diminuem devido à redução do retrabalho, erros e atrasos, e da melhor utilização da tecnologia e matéria-prima. Conseqüentemente, a produtividade aumenta, possibilitando a captação de mercados. Trabalhando-se continuamente pela qualidade, os novos negócios são mantidos e amplia-se a fatia de mercado.

PLANEJAMENTO DA IMPLANTAÇÃO

A coleta de dados para o preenchimento das cartas de controle exige investimentos em tempo, recursos e mudança na filosofia da empresa. Assim, a implantação do controle estatístico de processo somente pode ser justificada quando os seguintes aspectos são observados:

a) não utilizar um número excessivo de cartas de controle, sob risco do CEP transformar-se em atividade-gargalo na produção;

b) aplicar o CEP em etapas prioritárias do processo, determinadas sob o ponto de vista da demanda de qualidade dos clientes;

c) associar o CEP à uma estratégia de ação; coletar dados e não agir implica em desperdício de tempo e recursos.

Na fase de planejamento, é importante a participação das pessoas envolvidas com a linha de produção: elas devem sentir-se co-responsáveis e comprometidas com a implantação do sistema. Deve-se, assim, investir um maior tempo na fase de planejamento, para minimizar a necessidade de alterações posteriores à implantação.

Inicialmente, é necessária a identificação dos processos críticos para a qualidade e produtividade da empresa: estes serão os processos nos quais será aplicado o CEP. Deve-se utilizar um método consistente para determinação dos processos críticos sob o ponto de vista do cliente. Nesta etapa, também é necessário definir:

(i) Características de qualidade importantes para o cliente;

(ii) Processos nos quais as características determinadas em (*i*) são construídas;

(iii) Variáveis a serem controladas em cada processo;

(iv) Capacidade do sistema de medição;

(v) Indivíduos responsáveis pela ação sobre o sistema quando este sinalizar um estado de descontrole estatístico;

(vi) Ações a serem tomadas quando o sistema estiver fora de controle.

Para auxiliar na definição dos itens acima, uma seqüência de etapas é recomendada; tais etapas vêm apresentadas nas seções que se seguem.

A. Desdobramento da qualidade

Na etapa do desdobramento da qualidade e na etapa posterior de desdobramento do processo recomenda-se a utilização da metodologia do QFD – *Quality Function Deployment*, ou Desdobramento da Função Qualidade. O QFD permite estabelecer relações entre a qualidade demandada pelo cliente e os processos responsáveis pelo atendimento desta demanda.

O QFD é um caminho sistemático para garantir que o desenvolvimento das características e especificações do produto, bem como desenvolvimento de metodologias, processo e controles, sejam orientados pela necessidade do consumidor.

A primeira fase de um estudo de QFD consiste em entender o mercado, através de pesquisas e, assim, compreender as necessidades dos clientes. Através de uma pesquisa de mercado, tem-se um conhecimento sobre o que é importante para o consumidor e tem-se uma idéia geral do que o usuário final necessita e deseja encontrar em um determinado produto ou serviço. Tal conhecimento facilita a definição do produto ou serviço desejado, criando-se posteriormente especificações que vão ao encontro a essas demandas.

O estudo do Desdobramento da Função Qualidade permite priorizar resultados desejados e planejar ações. O QFD é implementado através de um conjunto de matrizes nas quais são estabelecidas as relações entre características de qualidade demandadas pelo usuário e características de qualidade do produto/processo, procedimentos de manufatura, especificações, recursos humanos, infra-estrutura disponível e custos globais. Essas relações permitem determinar os elementos do produto e de seu processo de manufatura responsáveis pela construção da qualidade demandada pelo usuário. O Desdobramento da Função Qualidade é feito por uma equipe multifuncional, envolvendo diversos departamentos da empresa, tais como *marketing*, engenharia de produto, engenharia de processo, custos, suprimentos, manufatura e gerência de qualidade.

Conforme mencionado anteriormente, o QFD tem início com o levantamento da demanda de qualidade do usuário (voz do cliente) através de pesquisa de mercado. Os resultados da pesquisa devem permitir uma priorização dos itens da demanda da qualidade através do estabelecimento de um peso de importância para cada item; o peso de importância do $i^{ésimo}$ item de demanda é designado por ID_i. Na seqüência, listam-se as características de qualidade potencialmente relacionadas com os itens de demanda identificados pelos usuários; no contexto do QFD, assim como no do CEP, características de qualidade são aspectos mensuráveis da demanda da qualidade.

Na matriz da qualidade na Figura 14, os itens da qualidade demandada são cruzados com as características de qualidade. Os elementos principais da matriz da qualidade estão apresentados no cabeçalho das linhas (itens de qualidade demandada) e no cabeçalho das colunas (características de qualidade).

O preenchimento da matriz da qualidade é realizado com a opinião da equipe técnica. São estabelecidos relacionamentos entre a qualidade demandada pelos clientes e as características de qualidade, originando o índice de intensidade dos relacionamentos (DQ_{ij}), onde j denota a característica de qualidade e i denota o item de qualidade demandada. A escala utilizada na medição do índice de intensidade tem valores apresentados na Tabela 2. A matriz da qualidade vem exemplificada na Figura 15. O uso da matriz da qualidade permite identificar características de qualidade que contribuem para o atendimento dos itens de qualidade demandada.

Tabela 2 - escala da intensidade das relações

Relação	**Pontuação**
Muito importante	9
Moderada	3
Pouco importante	1
Nenhuma	0

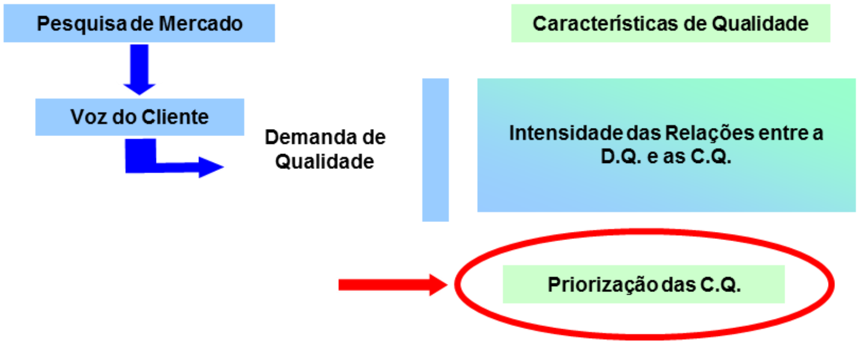


Figura 14 - Esquema de matriz da qualidade

Qualidade Demandada	Pesos (Di)	Tensão de Rasgamento	Falta de vulcanização	Falhas no desenho	Rachadura nos gomos	Tensão de Ruptura	Resistência à abrasão	Resiliência	Espessura	Largura	Quantidade de cola
		Características de Qualidade									
Desempenho	**50**	9	9	3	9	6	9	6	3	1	6
Acabamento	**20**	1	9	9	9						3
Facilidade de aplicação	**5**	3	6		1			1	1		
Aderência na aplicação	**10**										9
Dimensional	**10**								9	9	
Índice da Caract. Qual (*ICQj*)		**485**	**660**	**330**	**635**	**300**	**450**	**305**	**245**	**140**	**450**

Figura 15 - Exemplo da matriz da qualidade

A priorização das características de qualidade é apresentada na última linha da matriz da qualidade. Uma característica de qualidade é considerada prioritária se (*i*) atende a vários itens de qualidade demandada, (*ii*) atende a itens de qualidade demandada com pesos ID_j (importância da qualidade demandada) altos, e/ou (*iii*) mantém relações fortes com os itens de qualidade demandada.

Para o cálculo da priorização das características de qualidade, sugere-se um índice de importância (ICQ_j) dado pelo somatório dos índices de importância dos itens da qualidade demandada (ID_i) pela intensidade das relações atribuídas no interior da matriz (DQ_{ij}), onde:

Eq 1

$$ICQ_j = \sum_{j=1}^{n} ID_i \times DQ_{ij}$$

onde:

ICQ_j: índice da $j^{ésima}$ característica de qualidade do produto, $j = 1,..., n$.

ID_i: índice de importância do $i^{ésimo}$ item de qualidade demandada.

DQ_{ij}: intensidade do relacionamento entre o $i^{ésimo}$ item de qualidade demandada e a $j^{ésima}$ característica de qualidade do produto.

B. Desdobramento dos processos

O desdobramento dos processos permite associar características de qualidade do produto final, priorizadas na matriz da qualidade descrita na seção anterior, a parâmetros do processo ou características avaliadas durante o processo de manufatura. Este desdobramento auxilia na identificação dos parâmetros críticos do processo, sob o ponto de vista da qualidade percebida pelos usuários.

O desdobramento da tecnologia, o qual envolve o desdobramento dos processos, é um procedimento para identificar e remover, de forma organizada, gargalos de engenharia na fase de detalhamento do projeto do produto. Esses gargalos devem ser identificados nas etapas preliminares do projeto, para que suas soluções possam ser planejadas de forma organizada.

Inicialmente, é necessário entender o macro-fluxo dos processos da empresa e listar todos os processos de manufatura na ordem em que aparecem na linha de produção. A seguir, listam-se parâmetros do processo e as características de qualidade avaliadas em cada processo; estes serão cruzados com as características de qualidade do produto final, na matriz dos processos.

A matriz dos processos, exemplificada pelo esquema na Figura 16, é constituída pelos seguintes elementos:

(a) o cabeçalho (topo) da matriz é preenchido com as características de qualidade do produto final.

(b) o cabeçalho das linhas (lado esquerdo da matriz) é preenchido com a lista de todos os parâmetros e características, também chamados de parâmetros do processo, avaliados durante a manufatura.

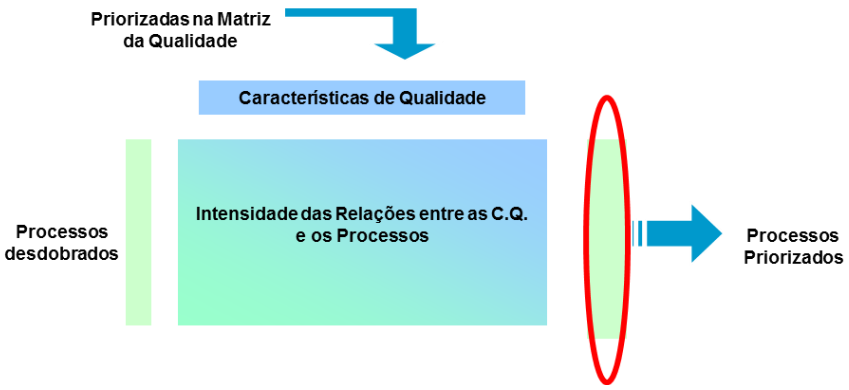


Figura 16 - Esquema da matriz de desdobramento de processos

Processos desdobrados	Características de Qualidade	Tensão de rasgamento	Falta de vulcanização	Falhas no desenho	Rachadura nos gomos	Tensão de Ruptura	Resistência à abrasão	Resiliência	Espessura	Largura	Quantidade de cola	Índice de Qualidade	Capacidade	Conhecimento	Índice de Priorização
	Índice da C.Q. (*ICQj*)	**485**	**660**	**330**	**635**	**300**	**450**	**305**	**245**	**140**	**450**	***IQPk***	***Cpkk***	*Ck*	*IPPk*
Extrusão	Temperatura das Zonas	9	6			9	6	9			3	17820	1,67	0,7	**15244**
Extrusão	Pressão do cabeçote	3	1				3	1	1	3		4435	1	0,2	**22175**
Extrusão	Temperatura da massa	6	9	6		9	6	6				18060	0,63	0,8	**35833**
Extrusão	Peso / Metro	6	6			3	3	3	9	9	1	13950	0,5	0,6	**46500**
Extrusão	Temperatura de embobinamento	6	9	3	1	6	6	6				16805	0,77	0,9	**24250**
Extrusão	Presenca de caroços	1	6	3		6	6	6				11765	0,67	0,9	**19511**
Vulcanização	Temperatura	3	9	3	3	6	3		9	6		16485	1,13	0,95	**15356**
Vulcanização	Pressão	3	9	3	6	6	3		6	3		17235	1	0,8	**21544**
Vulcanização	Tempo	3	9	6		6	3				3	13875	1	0,8	**17344**
Vulcanização	Ciclo de fech/degasagem	6	3			6	6		1	3		10055	1	0,65	**15469**
Vulcanização	Tempo de resfr da banda	6	3		3		6					9495	1	0,65	**14608**
Vulcanização	Espessura total	9				6			9	3		8790	1,23	0,9	**7940**
Vulcanização	Espessura da base	9				6			9	3		8790	1,23	0,9	**7940**
Vulcanização	Largura	3		3		6			6	9	3	8325	1	0,9	**9250**
Vulcanização	Profundidade do íncavo	6		6	3	9			6			10965	1,67	1	**6566**
Vulcanização	Dureza	6		6	6	6	3					11850	1,4	0,95	**8910**

Figura 17 - Exemplo da matriz de Processo

Para identificar os processos críticos, é necessário quantificar as relações R_{kj} entre as características de qualidade ($j = 1,\ldots,n$) dos processos críticos e os parâmetros ($k = 1,\ldots,K$) dos processos de manufatura. Para cada característica de qualidade do produto, identifica-se a intensidade de monitoramento de um ou mais parâmetros recomendada para obtenção de medições satisfatórias da característica em questão; isto é feito através da determinação das relações R_{kj}. A intensidade das relações entre os processos e as características de qualidade, mensurada utilizando a escala proposta na Tabela 2, são atribuídas pela equipe técnica e escritas no interior da matriz.

A avaliação do impacto (importância) de cada parâmetro e característica de qualidade do processo sobre a qualidade demandada pelo usuário é realizada levando-se em conta as relações estabelecidas no interior da matriz e o Índice de Importância Corrigido (ICQ_j^*) das características de qualidade, determinadas na matriz da qualidade.

Para a definição da importância para a qualidade de cada parâmetro e característica de qualidade do processo, foi estabelecido um índice de qualidade (IQP_k), dado pelo somatório do produto do índice de importância corrigido das características de qualidade do produto, ICQ_j^*, pela intensidade das relações atribuídas no interior da matriz, R_{kj}. Esse índice considera que desvios em um parâmetro do processo compromete uma ou mais características de qualidade do produto final. O formulário correspondente é o seguinte:

Eq 2

$$IQP_k = \sum_{j=1}^{n} (ICQ_j \times R_{kj})$$

Após a identificação dos parâmetros e características de qualidade dos processos críticos, é necessário verificar qual a capacidade destes parâmetros e características (conforme dado pelo índice Cp_k) e o domínio (conhecimento) técnico acerca destes elementos disponível na empresa. O objetivo é priorizar ações de melhoria nos processos e características que sejam importantes para a qualidade, conforme demandada pelo usuário.

Com o auxílio da equipe técnica, questiona-se a capacidade de cada parâmetro e característica do processo, estimada a partir do percentual de observações fora de especificação, conforme a Tabela 3. Tal percentual é derivado do índice C_{pk} associado a cada característica. A seguir, questiona-se o conhecimento da equipe técnica a respeito do processo. Deseja-se determinar se a equipe técnica conhece o ajuste ótimo dos parâmetros e características de qualidade do processo e o efeito desses parâmetros sobre diversos aspectos que determinam a qualidade do produto final. Para mensurar o conhecimento técnico, utiliza-se a escala na Tabela 4, onde o grau de conhecimento vem designado pela letra *C*.

O índice de priorização IPP_k para o $k^{ésimo}$ parâmetro do processo combina valores de IQP, C_{pk} e C, estabelecendo os parâmetros críticos na composição da qualidade percebida pelos clientes. Serão considerados críticos parâmetros fortemente relacionados às características de qualidade demandadas pelos usuários do produto em estudo, oriundos de processos com baixa capacidade, acerca dos quais detém-se pequeno conhecimento técnico. A medida de criticidade é baseada Eq 3.

Tabela 3 - Escala para a avaliação da capacidade das etapas dos processos produtivos

Capacidade	**Cpk**	**% fora de especificação**
Muito incapaz	0,33	32%
Incapaz	0,67	4,4%
Capaz	1,00	0,27%
Muito capaz	1,33	0,0064
Extremamente capaz	1,67	0,0000

Tabela 4 - Escala para a avaliação do conhecimento associado às etapas dos processos produtivos

Conhecimento	**C**
Muito pouco	0,2
Pouco	0,4
Moderado	0,6
Grande	0,8
Total	1,0

Eq 3

$$IPP_k = \frac{IQP_k}{C_{pk} \times C}$$

onde :

IPP_k é o índice de priorização,

IQP_k é o índice de qualidade,

C_{pk} é o valor de capacidade,

C é o valor de conhecimento técnico, todos associados ao $k^{ésimo}$ parâmetro do processo.

C. Direcionamento das ações

Esta é a última etapa que faz uso da estrutura matricial do QFD. Aqui se concretiza o planejamento das melhorias da qualidade que irão reforçar o sistema de qualidade existente. Também nesta etapa, os parâmetros e características de qualidade dos processos críticos para a qualidade são analisados individualmente quanto às possíveis ações de melhoria a serem adotadas. A análise leva em conta a voz do cliente, custo e conhecimento técnico acerca dos parâmetros em estudo.

Questiona-se, junto à equipe técnica, a pertinência de um conjunto de ações de melhoria à situação em estudo; dentre elas, listam-se:

- treinamento;
- controle estatístico de processos (CEP);
- desenvolvimento de fornecedores;
- projeto de experimentos;
- estudos ergonômicos;
- aquisição de equipamentos;
- definição de procedimentos; e
- automatização.

Uma vez listadas as possíveis ações de melhoria, a equipe avalia sua aplicação aos parâmetros do processo priorizados na etapa anterior da metodologia. A pertinência das ações de melhoria a cada parâmetro enfocado deve ser analisada utilizando-se a escala na Tabela 5.

Tabela 5 - Escala para a avaliação da efetividade das possíveis ações de melhoria

Relação	Pontuação
Muito efetiva	9
Moderada	3
Pouco efetiva	1
Nenhuma efetividade	0

D. Identificação dos postos de controle e parâmetros e características de qualidade do processo a serem monitorados

Os postos de controle são locais físicos onde são monitoradas as características de qualidade (atributos e variáveis) associadas a etapas críticas do processo. De forma mais específica, conhecendo-se as características críticas para a qualidade e onde elas são construídas no processo produtivo, é possível definir a localização dos postos de controle (Figura 18), bem como listar parâmetros e características de qualidade do processo a serem monitorados em cada posto.

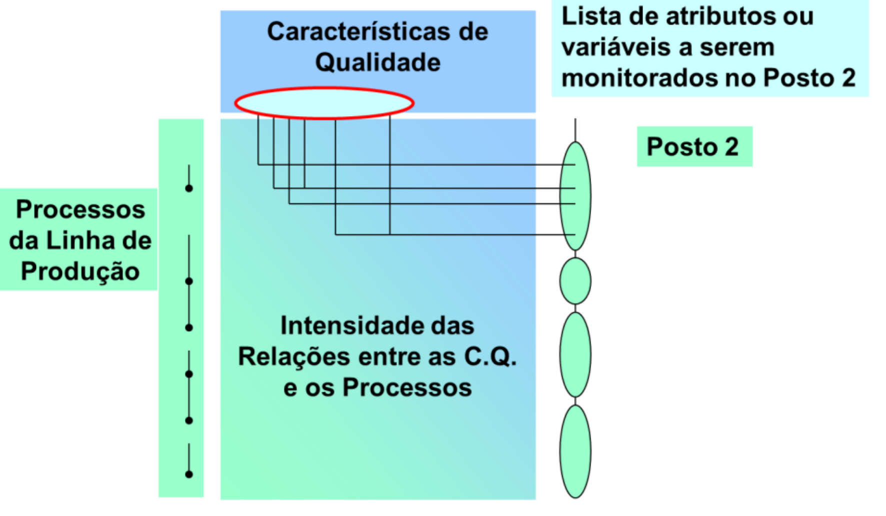


Figura 18 - Identificação dos postos de controle e alocação das características de qualidade em cada posto.

As etapas da implantação do controle estatístico de processo até agora apresentadas vêm esquematizadas na Figura 19, podendo ser assim resumidas: (*i*) desdobramento da qualidade, composta pela identificação da qualidade demandada pelo cliente, desdobramento das características de qualidade do produto, construção da matriz da qualidade e priorização das características de qualidade do produto; (*ii*) desdobramento dos processos, composto pela identificação dos parâmetros e características dos processos, construção da matriz do processo e priorização dos parâmetros e características dos processos críticos para a qualidade; (*iii*) direcionamento das possíveis ações de melhoria; e (*iv*) localização dos postos de controle e alocação dos parâmetros e características do processo em cada posto.

Figura 19 - Desenho esquemático das primeiras quatro etapas do planejamento da implantação do controle estatístico de processos

E. Definição de critérios de classificação dos produtos (filtros)

Nesta etapa são definidos critérios de classificação (também denominados "filtros") a serem utilizados posteriormente na análise gerencial das cartas de controle do CEP. Os critérios de classificação são informações como, por exemplo, tipo de produto, turno, máquina, operador, encarregado de turno, fornecedor, matérias- primas, etc., a serem registradas conjuntamente com os dados de qualidade. Posteriormente, já que dados de qualidade encontram-se classificados quando de seu armazenamento, informações acerca das características de qualidade podem ser recuperadas conforme critérios de classificação definidos pelo usuário. Por exemplo, podem-se recuperar (e agrupar) todos os dados sobre a característica de qualidade coletados no turno da manhã; ou seja, dados da qualidade podem ser "filtrados" relativamente a esse critério de classificação.

F. Definição dos parâmetros e características de qualidade do processo

Nessa etapa é necessário separar as avaliações referentes a parâmetros de processo (variáveis e atributos que qualificam o processo e não estão diretamente ligadas a qualidade do produto final) e aquelas referentes a características de qualidade (variáveis e atributos que configuram diretamente a qualidade do produto final).

Parâmetros de processo fora de especificação indicam uma maior probabilidade de produção de defeituosos, devendo gerar ações corretivas. Características de qualidade fora da especificação implicam, diretamente, na ocorrência de defeituosos, também devendo gerar ações corretivas.

Para cada variável (ou atributo) a ser monitorada no CEP, é necessário definir: (*i*) o tipo (nominal, maior ou menor-é-melhor), (*ii*) unidade de medição, (*iii*) valor-alvo e especificações (para os estudos de capacidade).

Variáveis do tipo nominal-é-melhor possuem um valor-alvo dado por um número real diferente de zero; desvios do alvo implicam em perda de qualidade. Para seu monitoramento, é necessário definir um limite inferior e superior de especificação. Variáveis com observações além dos limites de controle são consideradas não-conformes.

Variáveis do tipo maior-é-melhor são aquelas cujo valor alvo é teoricamente infinito. Essas variáveis não possuem limite superior de especificação; é necessário definir apenas um limite inferior de especificação, abaixo do Qual a variável é considerada não-conforme.

Variáveis do tipo menor-é-melhor são aquelas cujo valor alvo é teoricamente igual a zero. Essas variáveis não possuem limite inferior de especificação; é necessário definir apenas um limite superior de especificação, acima do qual a variável é considerada não-conforme.

G. Definição do procedimento de coleta de dados

Nesta etapa, define-se quem irá coletar os dados, com que freqüência os dados serão coletados, onde os dados coletados serão armazenados e qual o destino dos dados após a coleta dos mesmos. Os fatores mais importantes a serem considerados são a atribuição de responsabilidades e exatidão das informações coletadas.

Nessa etapa também é necessário definir: (*i*) o tipo de carta de controle, (*ii*) o tamanho da amostra, (*iii*) a freqüência de amostragem, (*iv*) a forma de registro dos dados (registro eletrônico em computador ou em planilha de papel) e (*v*) o sistema de medição a ser utilizado.

H. Avaliação do sistema de medição

Após definido o sistema de medição, é necessário avaliar a sua capacidade. Um sistema de medição capaz apresenta uma variância de medição inferior a 20% da amplitude das especificações.

I. Definição das responsabilidades

Nessa etapa, definem-se os responsáveis pela coleta dos dados e registro na planilha, digitação dos dados (no caso de armazenamento digital de dados), monitoramento das cartas de controle, cálculo dos limites de controle e estudos de estabilidade e capacidade.

Também é necessário definir responsáveis pela identificação e execução de ações corretivas, no caso do processo sair fora do controle, e ações preventivas para evitar a reincidência do problema; esses indivíduos são chamados facilitadores do CEP. O facilitador é indispensável ao CEP, já que dá apoio ao líder da equipe na busca dos melhores resultados. O facilitador também deve auxiliar a equipe de projeto no planejamento e organização da implantação. Além dos facilitadores, sugere-se a criação de um grupo de apoio à qualidade (GAQ), a ser chamado quando causas especiais não possam ser corrigidas pelo operador e supervisor.

J. Definição da documentação necessária

Nesta etapa são elaboradas as planilhas de coleta de dados a serem utilizadas em cada posto de controle, bem como as planilhas de registro de ocorrência de causas especiais.

Nesta dissertação, a implantação do CEP é auxiliada pelo programa computacional PROCEP (1999). Além de proporcionar uma rápida obtenção de cartas de controle e estudos de capacidade, bem como organizar dados coletados em um banco de dados, o PROCEP permite ao usuário elaborar um diário de ocorrência de causas especiais.

O diário consiste de um caderno de anotações onde todas as ocorrências anormais identificadas no processo são anotadas, estejam elas relacionadas ou não à ocorrência de problemas. Tal diário é bastante útil na análise de problemas, pois permite reduzir o tempo para se localizar causas especiais.

No diário, causas especiais são registradas quanto a sua data e hora de ocorrência, provável origem (matéria-prima, mão-de-obra, máquinas, etc.), ação tomada para a solução do problema e seu responsável, e tempo observado de parada na produção.

Treinamento em controle estatístico de processos

O treinamento é uma etapa muito importante, pois todos na empresa devem ser capazes de interpretar os dados coletados no CEP. O treinamento deve ser aplicado imediatamente antes da implantação efetiva do CEP, podendo ser ministrado para diferentes níveis e funções na empresa.

Funcionários de diferentes níveis hierárquicos na empresa devem receber treinamentos diferenciados. Por exemplo, para gerentes e diretores, é suficiente ministrar os conteúdos referentes à análise dos dados, dando-lhes, assim, subsídios para tomada de decisões baseadas nos dados coletados. Supervisores e engenheiros, por outro lado, devem receber um treinamento integral em CEP, pois a estes profissionais caberá a tarefa de definir tamanhos de amostra, freqüência de amostragem, limites de controle, etc. Operadores, por fim, devem ser treinados no preenchimento de planilhas e na análise das cartas de controle resultantes, com o objetivo de detectar a presença de causas especiais.

Seguindo as grandes linhas propostas acima, o treinamento para gerentes e diretores compreende estudos de estabilidade e capacidade de processo. O treinamento para engenheiros e supervisores compreende uma introdução ao CEP, cartas de controle para variáveis e estudos de estabilidade e capacidade de processo. O treinamento para operadores compreende a digitação de dados coletados do processo e análise das cartas de controle resultantes.

Implantação efetiva

Duas são as etapas da implantação efetiva do CEP: (*a*) início do monitoramento e (*b*) cálculo dos limites de controle. Essas etapas vêm descritas a seguir.

Na etapa de início do monitoramento, define-se a data de início da coleta de dados a serem utilizados no CEP, bem como os indivíduos responsáveis pela digitação dos dados de entrada no sistema. Com isso, tem-se o início da utilização prática do CEP (através do pacote computacional de apoio), sendo definidas a freqüência de amostragem e entrada dos dados nas planilhas do computador. Nesta etapa, dados são coletados e plotados no gráfico, mas os limites de controle do processo ainda não são conhecidos.

Após a coleta de uma certa quantidade de dados, é possível o cálculo dos limites de controle. O início desta etapa pode levar alguns dias, dependendo da freqüência de amostragem adotada para as variáveis monitoradas. Uma vez feito o cálculo dos limites de controle do processo, estes devem ser acrescidos às cartas de controle, permitindo sua utilização plena. No caso de aparecimento de causas especiais, os limites de controle devem ser recalculados, após a identificação e eliminação das causas de anomalia no processo. Limites de controle obtidos a partir de um processo sob controle estatístico, sobre o qual apenas causas comuns de variabilidade incidem, são utilizados no monitoramento futuro dos processos.

Acompanhamento e consolidação

O acompanhamento e consolidação do controle estatístico de processos compreende as seguintes etapas:

(*i*) Avaliação da sistemática de ação – analisa-se e aprimora-se o sistema de controle do processo implantado através da verificação dos procedimentos de coleta de dados, registro e ação de melhorias. Esta análise deve ser realizada em conjunto com toda a equipe envolvida na implantação do CEP.

(*ii*) Análise da estabilidade dos processos – avalia-se a estabilidade dos processos e, se necessário, adotam-se procedimentos de identificação e eliminação de causas especiais.

(*iii*) Análise da capacidade do processo – avalia-se a capacidade dos processos e, se necessário, adotam-se estudos de otimização dos processos através de grupo de ação de melhorias da qualidade.

Nesta etapa de acompanhamento e consolidação, avaliam-se os resultados da implantação do CEP e, posteriormente, identificam-se melhorias futuras advindas de sua implantação.

2 Cartas de Controle para Variáveis

José Luis Duarte Ribeiro
Carla ten Caten

Variáveis são características de qualidade que são mensuráveis, como, por exemplo: o diâmetro de um rolamento, uma resistência elétrica, o tempo de atendimento de um pedido, etc. Muitos processos têm características mensuráveis, assim há um amplo espaço para o uso das cartas para variáveis.

As cartas para variáveis, mais especificamente, as cartas para $\bar{x}$ (média) e R (amplitude) representam a aplicação clássica de controle de processo.

Uma medição (por exemplo: ℓ = 16,54) contém muito mais informação do que a simples classificação da peça como "dentro ou fora de especificação". Obter um valor medido é mais caro do que simplesmente classificar uma peça como boa/ruim. Contudo, as medições fornecem mais informações e, portanto, exigem uma amostra menor. Assim, o custo total de amostragem pode ser menor.

Outra vantagem é que, como as cartas de controle para variáveis exigem uma amostragem pequena, o lapso de tempo entre a produção das peças e a ação corretiva pode ser encurtado.

Quando se usa variáveis, a análise do desempenho do processo pode ser feita mesmo se todas as unidades estão dentro dos limites de especificação. Isso é importante na busca da melhoria contínua e torna as cartas de variáveis uma ferramenta de controle mais poderosa do que as cartas de atributos. As variáveis podem ser usadas para monitorar a localização (X) e a dispersão (R). Assim, as cartas de controle são quase sempre preparadas aos pares.

INTRODUÇÃO ÀS CARTAS DE VARIÁVEIS

O controle estatístico de variáveis é realizado monitorando-se duas cartas de controle simultaneamente. A justificativa para o monitoramento simultâneo da tendência central e da variabilidade do processo é apresentada na sequência**.**

Distribuição de probabilidade

As variáveis podem seguir várias tipos de distribuições de probabilidade, como, por exemplo, as distribuições apresentadas na Figura 20:

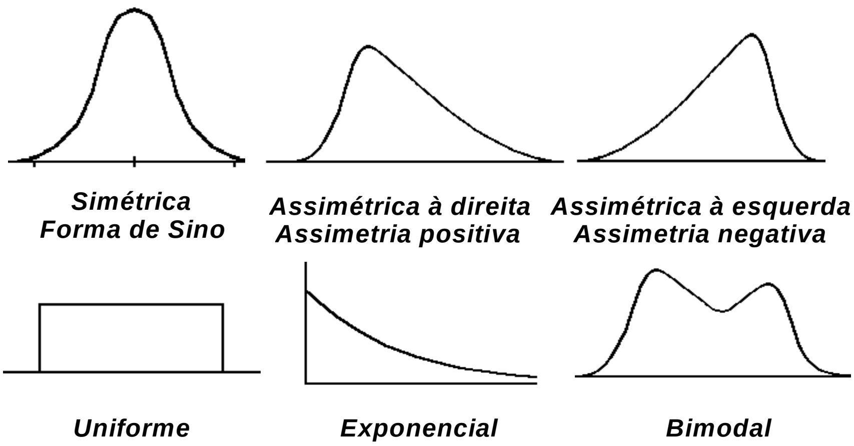


Figura 20 - Distribuição de probabilidade dos valores individuais.

Existem vários tipos de distribuição, sendo que a mais típica é a distribuição Normal. Quando a variação de uma característica da qualidade é gerada pela soma de um grande número de erros infinitesimais independentes devido a diferentes fatores, a distribuição da característica de qualidade se torna, em muitos casos, aproximadamente uma distribuição Normal (Kume, 1993).

As distribuições de probabilidade são definidas por um parâmetro de localização e outro de variabilidade, como se pode visualizar no exemplo: sejam os dados de quatro amostras distintas apresentados na Tabela 6.

Pode-ser alterar a média sem alterar variabilidade (A e B) e alterar variabilidade sem alterar média (A e C).

Quando adiciona-se (ou subtrai-se) uma constante aos dados, altera-se a média mas não altera-se a variabilidade (A eB) e quando multiplica-se (ou divide-se) por uma constante aos dados, altera-se a média e também a variabilidade (A e D)

Tabela 6 - Dados de quatro amostras distintas.

Amostras	Dados	Localização ($\bar{x}$)	Variabilidade (R)
A	10 12 14 16 18	$\bar{x} = 14$	$\overline{R} = 8$
B	22 24 26 28 30	$\bar{x} = 26$	$\overline{R} = 8$
C	6 10 14 18 22	$\bar{x} = 14$	$\overline{R} = 16$
D	20 22 28 32 36	$\bar{x} = 28$	$\overline{R} = 16$

Uma variável pode sofrer alteração tanto na sua média quanto na sua variabilidade. Na Figura 21, pode-se visualizar que:

a) da amostra A para B muda a tendência central, mas a variabilidade é constante;

b) da amostra A para C muda a variabilidade, mas a tendência central é constante;

c) da amostra B para C muda a tendência central e a variabilidade.

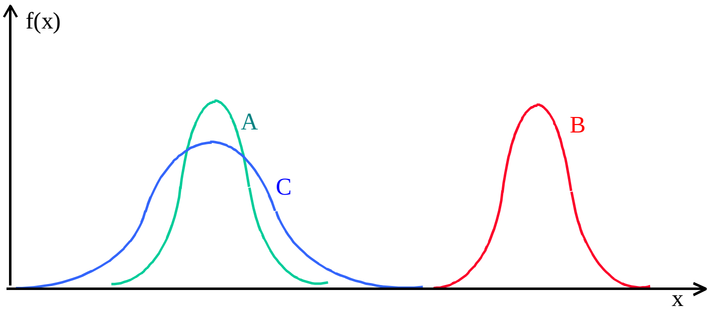


Figura 21 - Distribuição de probabilidade de três amostras distintas.

Como visto na Figura 21, uma causa especial pode atuar em um processo alterando a tendência central ou a variabilidade do processo. Logo, é necessário monitorar duas cartas simultaneamente: a carta de média para detectar quando a tendência central do processo se altera e a carta de amplitude para detectar a mudança na variabilidade do processo.

Como visto, as variáveis podem Seguir vários tipos de distribuição de probabilidade, o que dificultaria os cálculos dos limites de controle. No entanto, a maioria das aplicações do controle estatístico do processo utiliza o teorema do limite central que será apresentado na seqüência.

Teorema do Limite Central

O Teorema do Limite Central indica que a soma (e, por conseguinte, a média) de *n* variáveis independentes seguirá o modelo Normal, independentemente da distribuição das variáveis individuais.

A aproximação melhora na medida em que *n* aumenta. Se as distribuições individuais não são muito diferentes da Normal, basta $n = 4$ ou *5* para se obter uma boa aproximação.

Se as distribuições individuais forem radicalmente diferentes da Normal, então será necessário $n = 20$ ou mais.

Na Figura 22, pode ser visto um desenho esquemático do Teorema do Limite Central.

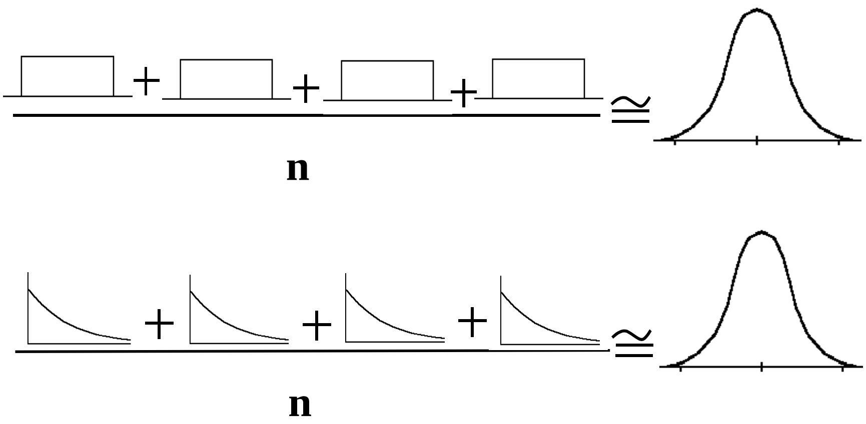


Figura 22 - Teorema do limite central.

Exemplo

A distribuição de probabilidade da variável resultante do lançamento de um dado segue a distribuição uniforme, ou seja, qualquer valor (1, 2, 3, 4, 5, 6) tem a mesma probabilidade (1/6) de ocorrer. No entanto, se ao invés de lançar um dado, sejam lançados dois dados e calculada a média, essa média seguirá uma distribuição aproximadamente Normal como pode-se visualizar no histograma abaixo. Na Tabela 7, apresenta-se as médias dos lançamentos de dois dados

1º dado	2º dado	Soma	Média	1º dado	2º dado	Soma	Média
1	1	2	1,0	5	2	7	3,5
1	2	3	1,5	3	4	7	3,5
2	1	3	1,5	4	3	7	3,5
1	3	4	2,0	2	6	8	4,0
3	1	4	2,0	6	2	8	4,0
2	2	4	2,0	3	5	8	4,0
1	4	5	2,5	5	3	8	4,0
4	1	5	2,5	4	4	8	4,0
3	2	5	2,5	3	6	9	4,5
2	3	5	2,5	6	3	9	4,5
1	5	6	3,0	4	5	9	4,5
5	1	6	3,0	5	4	9	4,5
2	4	6	3,0	4	6	10	5,0
4	2	6	3,0	6	4	10	5,0
3	3	6	3,0	5	5	10	5,0
1	6	7	3,5	5	6	11	5,5
6	1	7	3,5	6	5	11	5,5
2	5	7	3,5	6	6	12	6,0

Tabela 7 - Tabela com as médias dos dois dados.

A tabela de freqüência da média dos dois dados resulta conforme Tabela 8.

Média de dois dados	Freqüência
1,0	1
1,5	2
2,0	3
2,5	4
3,0	5
3,5	6
4,0	5
4,5	4
5,0	3
5,5	2
6,0	1

Tabela 8 - Tabela de freqüência da média dos dois dados.

Conforme pode ser visto na Figura 23, o histograma da média dos dois dados resulta aproximadamente Normal. Além disso, observa-se que a aproximação da distribuição Normal melhora na medida que se fizesse a média do lançamento de mais dados.

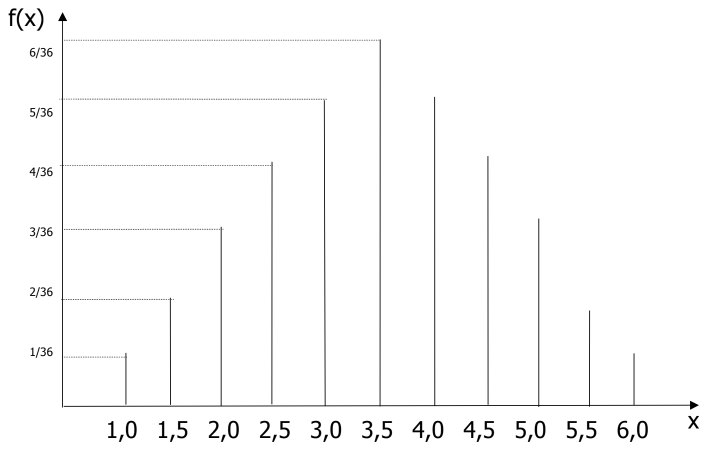


Figura 23 - Histograma da média dos dois dados.

Desvio padrão dos valores individuais:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} \qquad \text{para n > 30}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \qquad \text{para n < 30}$$

O Teorema do Limite Central é básico para a maioria das aplicações do controle estatístico da qualidade. O controle estatístico do processo, em geral, trabalha com a média das amostras, pois independente da distribuição dos valores individuais, a média desses valores irá seguir aproximadamente a distribuição Normal.

A distribuição Normal é uma teoria básica para o desenvolvimento das cartas de controle e é a principal ferramenta do controle estatístico de processos.

A partir do Teorema do Limite Central, sabe-se que a distribuição amostral das médias apresenta os seguintes parâmetros:

Eq 1 *- Média:* $\bar{\bar{x}} = \mu$

onde:
$\bar{\bar{x}}$ representa a média das médias amostrais;
μ representa a média dos valores individuais da população.

Eq 2 *- Desvio-padrão:* $\sigma_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

onde:
$\sigma_{\bar{x}}$ representa o desvio-padrão das médias amostrais;
σ representa o desvio-padrão dos valores individuais da população;
n representa o tamanho da amostra.

Como pode ser visto, a média das médias amostrais é igual a média dos valores individuais e o desvio-padrão das médias é menor do que o desvio-padrão dos valores individuais na razão de $1/\sqrt{n}$.

Exemplo 1

Um pesquisador deseja saber a média de idade dos alunos de pós-graduação. Supondo que a população dos alunos seja:

25, 35, 24, 43, 35, 22, 49, 56, 34, 26, 35, 52, 40, 35, 35,25,

61,42, 58, 56, 45, 40, 38, 45, 33, 53, 22, 35, 23, 25, 36, 39

$$\mu = \frac{\sum xi}{N} = \frac{25+\ldots+39}{32} = 38{,}19$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_i-\mu)^2}{N}} = \sqrt{\frac{(25-38{,}19)^2+\ldots+(39-38{,}19)^2}{32}} = 11{,}11$$

Exemplo 2

Supondo que não fosse possível analisar a população inteira, e os dados fossem coletados por amostras de tamanho n=4.

	1	2	3	4	5	6	7	8
	25	35	24	43	35	22	49	56
	34	26	35	52	40	35	35	25
	61	42	58	56	45	40	38	45
	33	53	22	35	23	25	36	39
Média($\bar{x}$)	**38,25**	**39**	**34,75**	**46,5**	**35,75**	**30,5**	**39,5**	**41,25**
Desvio(S)	**15,69**	**11,4**	**16,52**	**9,40**	**9,43**	**8,43**	**6,45**	**12,9**

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum \bar{x}_i}{k} = \frac{38{,}25 + \ldots + 41{,}25}{8} = 38{,}19$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum(\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2}{k-1}} = \sqrt{\frac{(38{,}25 - 38{,}19)^2 + \ldots + (41{,}25 - 38{,}19)^2}{8-1}} = 4{,}75$$

$$\bar{\bar{x}} = 38{,}19 \quad \cong \quad \mu = 38{,}19$$

$$\sigma_{\bar{x}} = 4{,}75 \qquad \hat{\sigma}_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{11{,}11}{\sqrt{4}} = 5{,}55$$

Exemplo 3

Com base no exemplo 2, supomos que os dados fossem coletados por amostras de tamanho n=8.

	1	2	3	4
	25	24	35	49
	34	35	40	35
	61	58	45	38
	33	22	23	36
	35	43	22	56
	26	52	35	25
	42	56	40	45
	53	35	25	39
Média ($\bar{x}$)	**38,62**	**40,62**	**33,12**	**40,37**
Desvio (S)	**12,71**	**13,94**	**8,74**	**9,50**

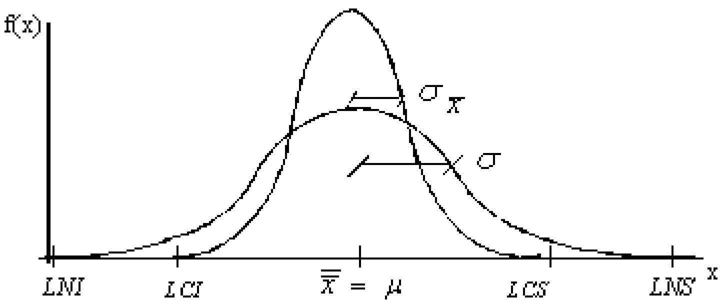
$$\bar{\bar{x}} = \frac{\Sigma \bar{x}_i}{k} = \frac{38,62 + ... + 40,37}{4} = 38,19$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum \left(\bar{x}_i - \bar{\bar{x}}\right)^2}{k-1}} == \sqrt{\frac{(38,62 - 38,19)^2 + ... + (40,37 - 38,19)^2}{4-1}} = 3,49$$

$$\bar{\bar{x}} = 38,19 \quad \cong \quad \mu = 38,19$$

$$\sigma = 3,49 \cong \hat{\sigma}_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{11,11}{\sqrt{8}} = 3,93$$

Figura 24 - Distribuição de probabilidade dos valores individuais versus distribuição de probabilidade das médias



Intervalos de Confiança

Os limites da distribuição dos valores individuais são chamados de limites naturais e os limites da distribuição de probabilidade das médias são chamados de limites de controle. Na verdade, esses limites são intervalos de confiança em torno da média.

Como a análise do processo é realizada através de amostragem, a estimativa da média e da variabilidade do processo é realizada através de uma estrutura intervalar que proporciona um intervalo no qual se admite que esteja a verdadeira média e variabilidade populacional.

Como não se sabe ao certo onde estará o verdadeiro parâmetro populacional, deve ser usada uma atribuição probabilística do intervalo em que o verdadeiro valor possa estar. Esse intervalo chama-se intervalo de confiança, e a confiança associada é $1 - \alpha$ onde α é a probabilidade do erro

Um intervalo de confiança de $100(1-\alpha)\%$ é estabelecido a partir de dois limites, tais que a probabilidade do verdadeiro valor do parâmetro estar incluído dentro do intervalo é *100(1-α) %.*

No CEP, usualmente utiliza-se intervalos de confiança de 99,73%. Por exemplo, para construir um intervalo de confiança de 99,73% para a média, é necessário achar os limites ***L*** e ***U*,** tais que:

$$P\{L \le \mu \le U\} = 99{,}73\%$$

Os limites de confiança de *100(1-α)%* são calculados usando-se a distribuição Normal.

Eq 3 :
$$\bar{\bar{x}} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{\bar{x}} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

onde: $Z_{\alpha/2}$ representa a variável reduzida padronizada correspondente à probabilidade do erro α/2 .

Para intervalos de confiança de 99,73% tem-se:

Eq 4
$$o\,\bar{\bar{x}} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{\bar{x}} + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\; u\;\; \bar{\bar{x}} - 3\sigma_{\bar{x}} \le \mu \le \bar{\bar{x}} + 3\sigma_{\bar{x}}$$

:

A Figura 26 apresenta a distribuição de probabilidade das médias e o intervalo de confiança de 99,73% utilizados como limites de controles nas cartas de controle.

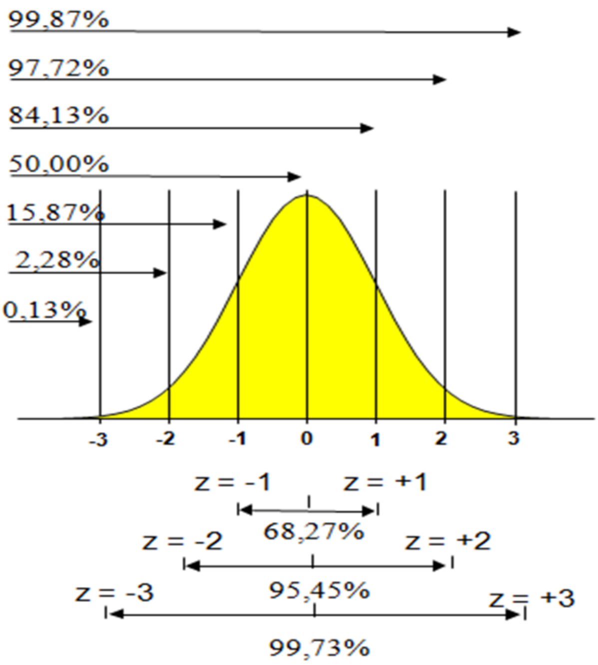


Figura 25 - Intervalos de confiança

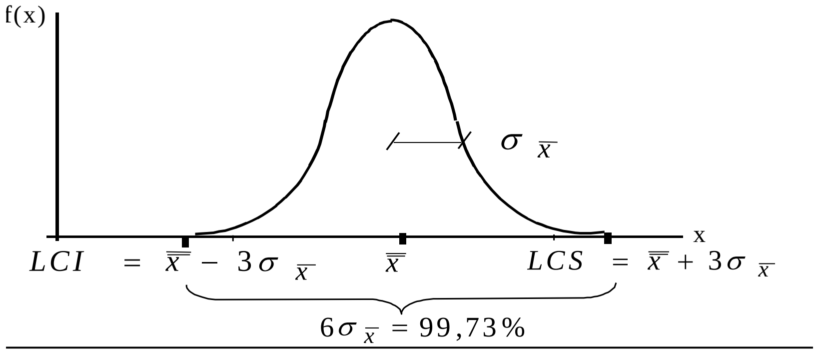


Figura 26 - Distribuição de probabilidade das médias.

A aplicação mais tradicional do controle estatístico do processo, as cartas de controle de média ($\bar{x}$) e amplitude (*R*), são detalhadas na seqüência.

CARTAS DE CONTROLE PARA A MÉDIA

Os passos para a implantação das cartas de controle são os seguintes:

Passo 1: Coleta de dados;

Passo 2: Cálculo dos limites de controle;

Passo 3: Interpretação da estabilidade do processo;

Passo 4: Interpretação da capacidade do processo.

Coleta de dados

Os dados devem ser coletados em pequenos subgrupos (amostras) de tamanho constante. Vale lembrar que quanto maior o tamanho da amostra maior a sensibilidade das cartas, ou seja, elas detectam melhor pequenas mudanças no processo. No entanto, aumentar o tamanho da amostra representa aumentar o custo de amostragem. Em geral, 3 a 6 peças consecutivas formam uma amostra adequada.

As peças dentro de um subgrupo são produzidas em condições muito similares e, portanto, a variabilidade dentro de cada subgrupo será primariamente devido às causas comuns de variabilidade.

A idéia de coletar subgrupos na seqüência de tempo é interessante, pois provavelmente os produtos produzidos na seqüência são similares entre si e a variabilidade presente é devido a causas comuns.

Os subgrupos devem ser coletados a uma freqüência periódica, por exemplo, 1 subgrupo a cada 15 minutos, ou 2 subgrupos por lote, etc...

A freqüência de amostragem deve ser definida de forma que exista uma chance potencial de mudança dos resultados (causa especial) de um subgrupo para o outro. A frequência das amostras deve ser selecionada de forma a maximizar a chance de ocorrer diferenças entre amostras.

A definição de tamanho de amostra e freqüência de amostragem mais econômicos poderiam ser definidas apenas se forem conhecidos a estabilidade do processo, os custos de amostragem, os custos de investigação e correção de causas especiais e o custo de fabricar peças fora de especificação.

Desenho das cartas de controle

O formulário da carta de controle, seja em papel ou em planilha/janelas de computador, deve conter:

a) espaço para a completa identificação da característica que está sendo medida;

b) tabela para as anotações dos valores individuais medidos, com espaço para cálculo da média e da amplitude de cada subgrupo;

c) espaço para a carta de médias;

d) espaço para a carta de amplitudes.

Exemplo da carta de controle para média ($\overline{X}$) e amplitude (R)

Na Tabela 9, apresentam-se os dados do exemplo da fresa.

Nome da parte	Retentor	Especificações	30 a 90 microns
Número da parte	9983-5	Instrumento	Micrômetro
Operação	Dobra superior	Amostra/Freq.	5 / 2 horas
Máquina	030	Unidade	Microns
Característica	Fresa	Carta N^o.	01

Data		6/3					7/3					8/3				
Hora		8	10	12	14	16	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16
Operador		A	A	A	B	B	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B
	1	65	75	80	65	80	75	80	70	85	65	75	85	70	70	75
	2	70	70	70	65	60	70	75	65	85	65	60	65	75	65	80
Medidas	3	75	80	70	65	80	60	65	75	75	65	75	75	75	85	85
	4	60	90	80	80	80	85	75	65	65	80	85	75	70	60	80
	5	80	70	80	65	75	75	70	85	80	60	90	80	70	75	90
Soma		350	385	380	340	375	365	365	360	390	335	385	380	360	355	410
Média		70	77	76	68	75	73	73	72	78	67	77	76	72	71	82
Amplitude		20	20	10	15	20	25	15	20	20	20	30	20	5	25	15

Tabela 9 - Dados do exemplo da fresa: identificação mais tabela de dados.

Cálculo dos limites de controle

O cálculo preliminar dos limites de controle pode ser feito após a coleta de umas 20 ou 30 amostras (subgrupos) sem indícios de uma situação fora do controle. Ou seja, coleta-se de 20 a 30 amostras, calcula-se os limites de controle para a média e amplitude e compara-se essas mesmas amostras com os limites de controle calculados.

Caso haja pontos fora dos limites de controle, deve-se retirar as amostras correspondentes e recalcular os limites de controle. Esse processo iterativo acontece no início, pois os limites de controle devem estar associados apenas às causas comuns de variabilidade. Vale ressaltar que os pontos são eliminados do cálculo dos limites de controle, mas não dos gráficos de controle.

A fim de calcular os limites de controle, inicialmente calcula-se a amplitude e a média para cada amostra. Logo após, calcula-se a média das amplitudes e a média das médias das amostras como segue:

Eq 5 : $$\overline{R} = \frac{R_1 + R_2 + ... + R_K}{K}$$

Eq 6 : $$\overline{\overline{x}} = \frac{\overline{x}_1 + \overline{x}_2 + ... + \overline{x}_K}{K}$$

Onde $\overline{x}_i \; e \; R_i$ representam a média e a amplitude da amostra *i*.

Como pode-se observar, a variabilidade é estimada usando-se a média das amplitudes dentro de cada amostra para garantir que ela esteja associada apenas às causas comuns.

Logo, não está correto estimar a variabilidade usando a fórmula tradicional de desvio-padrão (*S*) aplicada sobre o conjunto de todos os dados, pois desta forma a estimativa da variabilidade poderia estar associada com causas comuns (dentro das amostras) e causas especiais (entre amostras).

Eq 7 : $$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \left(x_{ij} - \overline{\overline{x}}\right)^2}{mn - 1}}$$

Onde:
x_{ij} representa um valor individual;
m representa o número de amostras;
n representa o tamanho das amostras.

Uma vez calculados $\overline{\overline{x}}$ e $\overline{R}$, calcula-se os limites de controle das médias considerando-se a extensão de seis desvios-padrões das médias (três para cada lado), que segundo a distribuição Normal compreende 99,73% dos valores de médias amostrais. A fórmula resulta:

Eq 8 : $$LC = \overline{\overline{x}} \pm 3\sigma_{\overline{x}}$$

Onde a variabilidade das médias é estimada a partir da variabilidade dos valores individuais usando $\sigma_{\overline{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Substituindo esta expressão na equação anterior, resulta:

Eq 9 : $$LC = \overline{\overline{x}} \pm \frac{3\,\sigma}{\sqrt{n}}$$

Onde a variabilidade dos valores individuais é estimada a partir da média das amplitudes dos subgrupos usando $\sigma = \frac{\overline{R}}{d_2}$ e d_2 é uma constante que depende do tamanho da amostra, cujos valores encontram-se na Tabela 10.

Substituindo-se essa expressão na equação anterior, resulta:

Eq 10 : $LC = \bar{\bar{x}} \pm \frac{3\ \bar{R}}{\sqrt{n}\, d_2}$

Substituindo-se $A_2 = \frac{3}{\sqrt{n}\, d_2}$ na equação anterior, tem-se os limites de controle para as médias:

Eq 11 : $LCS = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$

Eq 12 : $LCI = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$

Onde A_2 é uma constante que depende do tamanho da amostra, cujos valores são apresentados na Tabela 10.

Os limites de controle para as amplitudes são calculados como segue:

Eq 13 : $LC = \bar{R} \pm 3\sigma_R$

Onde

Eq 14 : $\sigma_R = d_3\, \sigma = d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$.

Substituindo-se essa expressão na equação anterior, tem-se:

Eq 15 : $LCS = \bar{R} + 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$

Eq 16 : $LCI = \bar{R} - 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$

Substituindo $D_4 = 1 + 3\frac{d_3}{d_2}$ e $D_3 = 1 - 3\frac{d_3}{d_2}$ e nas equações anteriores, tem-se os limites de controle para as amplitudes:

Eq 17 : $LCS = D_4 \bar{R}$

Eq 18 : $LCI = D_3 \bar{R}$

Onde D_4 e D_3 são constantes que dependem do tamanho da amostra, cujos valores são apresentados na Tabela 10.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
D_4	3,27	2,57	2,28	2,11	2,00	1,92	1,86	1,82	1,78	1,65	1,59
D_3	0	0	0	0	0	0,08	0,14	0,18	0,22	0,35	0,42
d_2	1,13	1,69	2,06	2,33	2,53	2,70	2,85	2,97	3,08	3.47	3.74
A_2	1,88	1,02	0,73	0,58	0,48	0,42	0,37	0,34	0,31	0,22	0,18

Tabela 10 - Valores das constantes D_4 , D_3, d_2 *e* A_2.

Para o exemplo da Tabela 9, obteve-se $\bar{\bar{x}} = 73{,}8$; $\bar{R} = 18{,}7$. Assim os limites de controle resultam:

Médias:

$$LCS = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 73{,}8 + 0{,}58 \times 18{,}7 = 84{,}57$$

$$LCI = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 73{,}8 - 0{,}58 \times 18{,}7 = 63{,}03$$

Amplitudes:

$$LCS = D_4\bar{R} = 2{,}11 \times 18{,}7 = 39{,}47$$

$$LCI = D_3\bar{R} = 0{,}00 \times 18{,}7 = 0{,}00$$

Uma vez calculados os limites de controle, eles servirão para o monitoramento da produção futura. Ou seja, plota-se os limites de controle, respectivamente em um gráfico de média e desvio-padrão e a cada amostra coletada ao longo do tempo, plota-se a média e o desvio-padrão no respectivo gráfico. Como pode ser visto nas Figura 27 e Figura 28, o processo desse exemplo é estável ao longo do tempo.

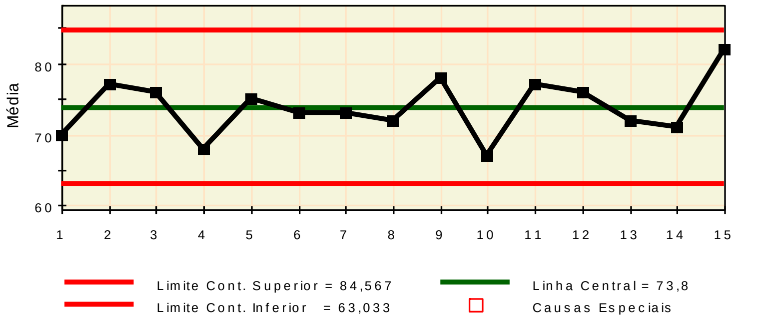


Figura 27 - Exemplo de carta de controle para a média.

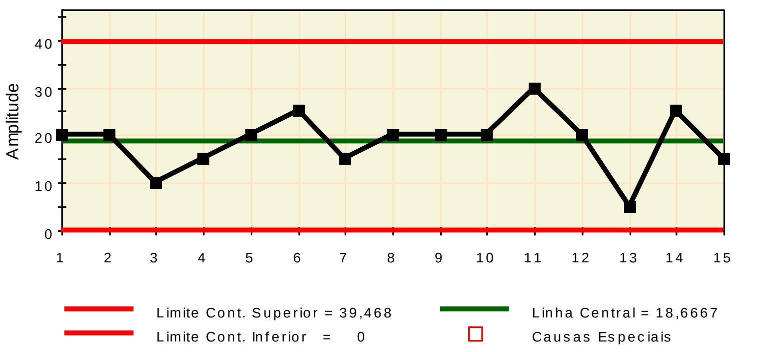


Figura 28 - Exemplo de carta de controle para a amplitude.

Interpretação da estabilidade do processo

O gráfico de médias monitora a variabilidade entre as médias amostrais ao longo do tempo e o gráfico de amplitude monitora a variabilidade dentro da amostra, ou seja, a variabilidade em um determinado período tempo.

O monitoramento das cartas de controle representa um teste de hipótese a cada nova amostra coletada. A hipótese que está sendo testada a cada amostra coletada é de que a média ou a variabilidade do processo continuam as mesmas (processo estável), tendo como hipótese alternativa de que elas mudaram devido à presença de uma causa especial (processo instável).

Os limites de controle são limites de confiança calculados de forma que, se o processo não mudou (não há causas especiais atuando), a probabilidade de uma amostra cair dentro dos limites é de 99,73% e fora dos limites é de 0,27%. Logo, caso a amostra coletada esteja dentro dos limites de controle (limites de confiança) conclui-se que os parâmetros do processo (média e amplitude) permanecem os mesmos. Caso apareça uma amostra fora dos limites de controle, a probabilidade dessa amostra pertencer a esse processo é muito pequena (0,27%), logo há uma forte evidência de que o processo mudou (média ou desvio) devido à presença de causas especiais.

Antes de investigar uma causa especial, é interessante verificar se não houve erro na plotagem do ponto ou problemas no sistema de medição.

Existem dois tipos de erros no monitoramento de uma carta de controle: erro tipo I e erro tipo II.

a) Erro tipo I: é a probabilidade (α) de considerar o processo fora de controle quando na verdade ele está sob controle. Os limites clássicos adotam $\pm 3\sigma$, que correspondem a α=0.27%.

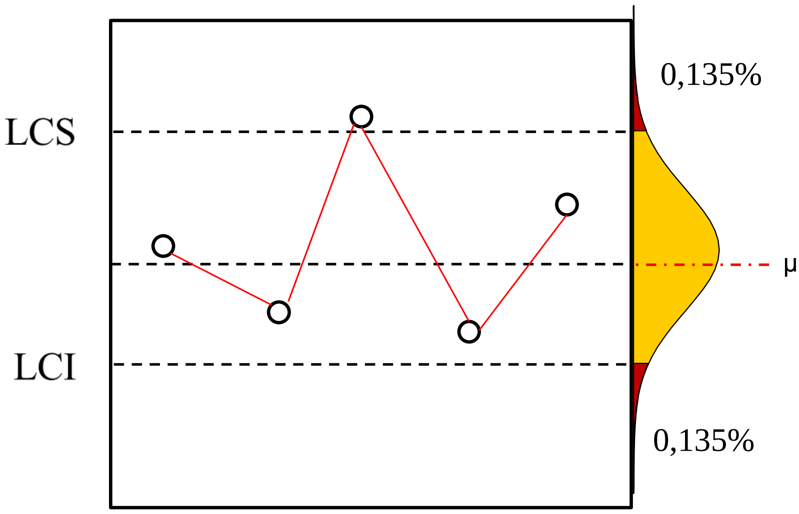


Figura 29- Erro tipo 1

$$\alpha_{crit} = 1 - P(LCL_{crit} \leq \bar{X} \leq UCL_{crit})$$

b) Erro tipo II: é a probabilidade (β) de considerar o processo sob controle quando na verdade ele está fora de controle e depende do deslocamento da média (d) e dos limites de controle adotados (LCclassic adotam α=0,27%).

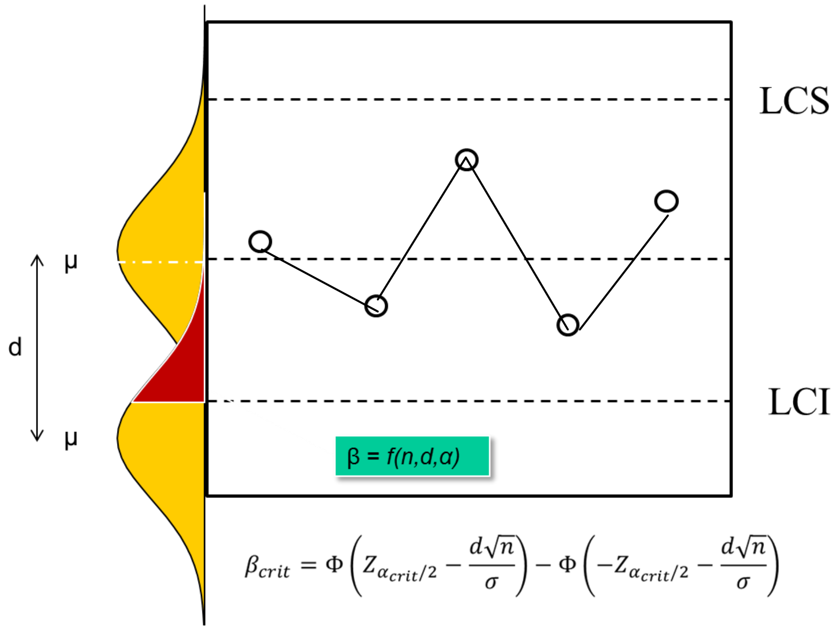


Figura 30- Erro tipo 2

Padrões

Se os pontos plotados nas cartas apresentam um comportamento não aleatório ou sistemático também são um forte indício de causa especial. Além de verificar pontos fora dos limites, também é importante investigar eventuais padrões não aleatórios na seqüência de pontos, como, por exemplo, os padrões que aparecem na Figura 31. A observação de padrões pode disparar uma ação sobre o sistema antes mesmo que um ponto apareça fora dos limites de controle. Alguns padrões podem ser favoráveis e podem fornecer a pista para eventuais melhorias permanentes no processo.

Corridas

As seguintes constatações indicam a presença de uma causa especial: a) sete pontos em seqüência acima (ou abaixo) da linha central e b) sete pontos em seqüência ascendente (ou descendente). A correta interpretação das cartas de controle exige conhecimentos estatísticos e conhecimentos técnicos a respeito do processo estudado.

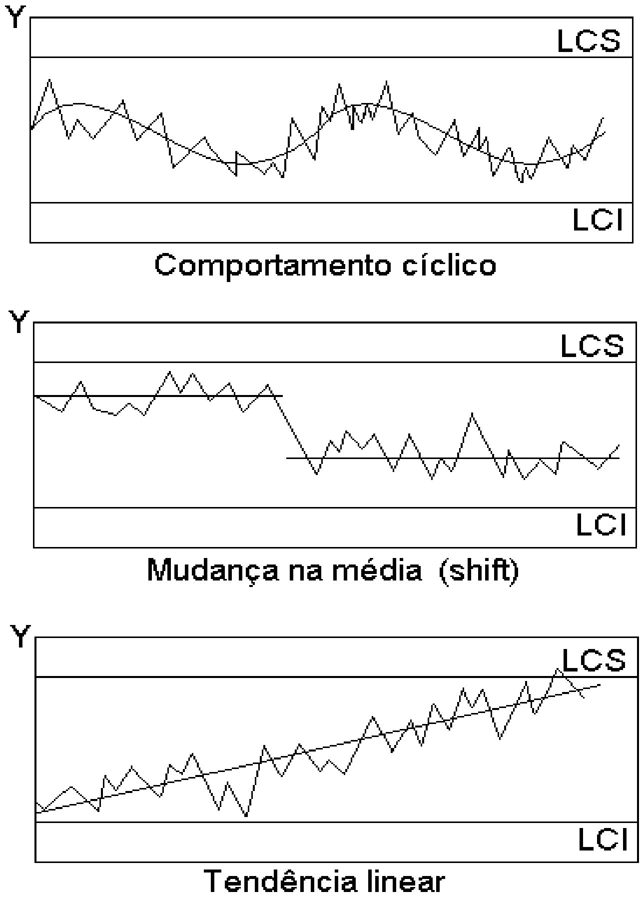


Figura 31 - Exemplo de padrões e corridas não-aleatórios no processo.

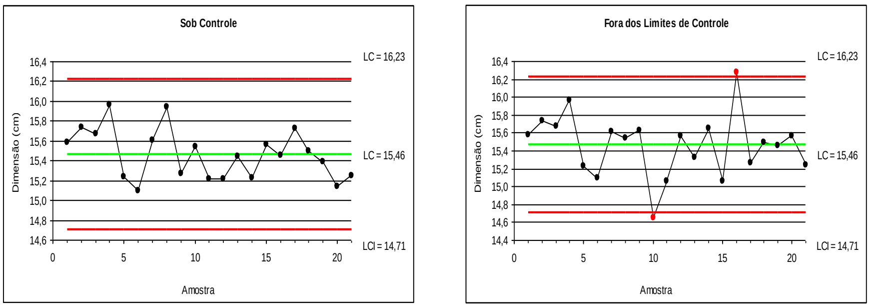


Figura 32 - Processo sob controle / Processo fora dos limites de controle

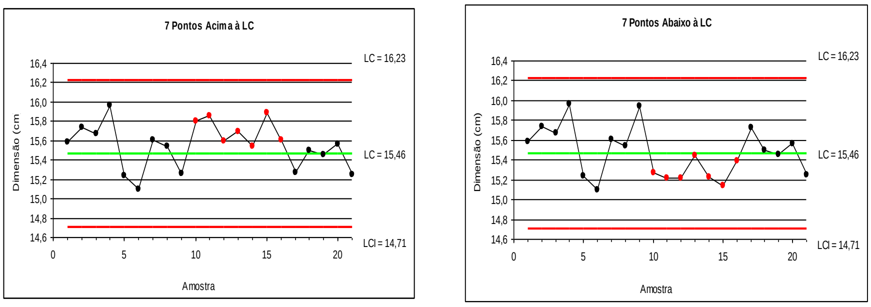


Figura 33 - 7 pontos acima LC / 7 pontos abaixo LC.

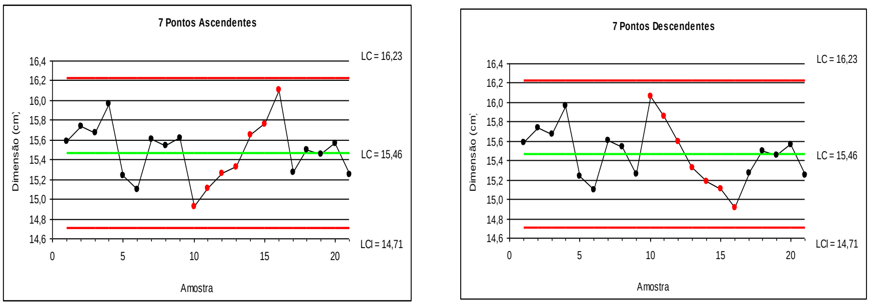


Figura 34 - 7 pontos ascendentes / 7pontos descendentes

Detecção e correção de causas especiais

Cada ponto fora do controle deve gerar uma análise das condições operacionais em busca da causa respectiva. Os resultados estatísticos dão partida para a tarefa de análise, mas a explicação do que está acontecendo reside no próprio processo e nas pessoas envolvidas.

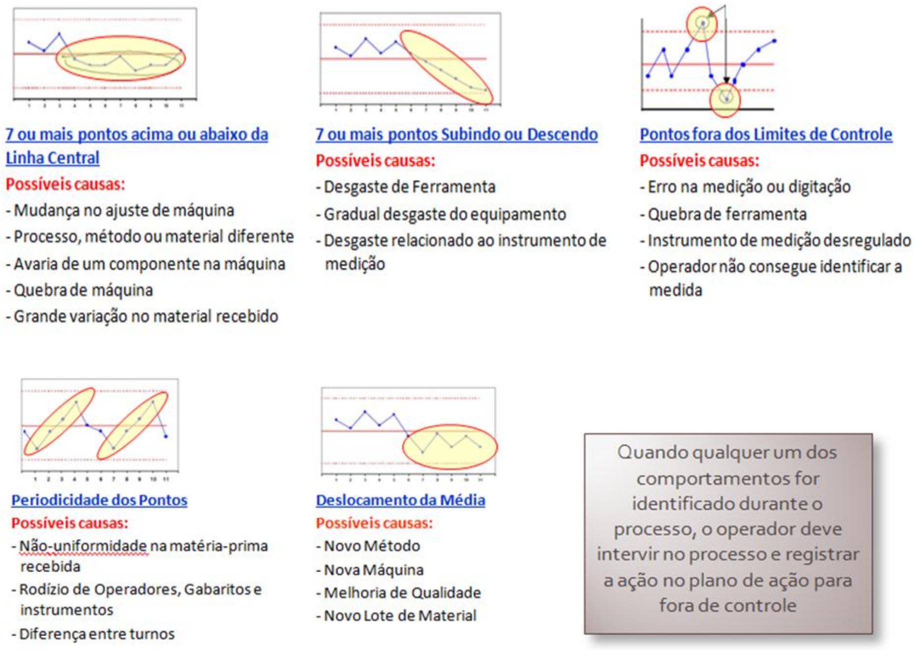


Figura 35 - Comportamento de processos com causas especiais

A solução do problema é o passo mais difícil e que consome maior tempo. É preciso paciência, intuição e experiência para gradualmente eliminar, uma-a-uma, as causas especiais.

Técnicas de solução de problemas como a análise de Pareto ou os diagramas de causa e efeito podem ajudar na análise. Os problemas mais complexos podem exigir o uso de projeto de experimentos e outras ferramentas estatísticas.

Reavaliação dos limites de controle

Se ações de melhoria estão sendo tomadas, o processo deve apresentar um desempenho mais consistente, com redução da variabilidade associada às causas comuns. Como pode ser visto na Figura 36, caso os limites de controle não sejam estreitados, as cartas de controle consideram causas especiais como sendo causas comuns, ou seja, perde-se a chance de melhorar o processo agindo sobre essas causas especiais.

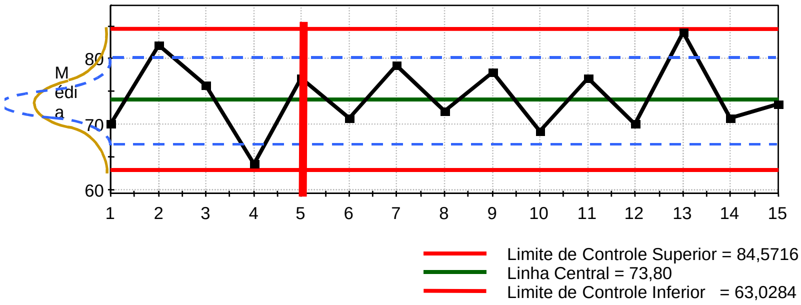


Figura 36 - Reavaliação dos limites de controle.

Na amostra 5, a máquina foi reformada, mas os limites de controle não foram recalculados. A causa especial da amostra 13 não foi detectada, pois os limites de controle estão desatualizados.

Assim, de tempos em tempos, os limites de controle devem ser recalculados e, sempre que houver evidências para tanto, estreitados. Dessa forma, as cartas de controle continuarão servindo como uma ferramenta eficaz no gerenciamento da variabilidade, separando as causa comuns das causas especiais e auxiliando na busca da melhoria contínua. O controle estatístico do processo deve ser entendido como uma atividade dinâmica.

Exercício 1

Dez amostras, cada uma contendo 5 peças, foram coletadas da produção, fornecendo medições da característica da qualidade. Construa uma carta de controle para média e amplitude e conclua sobre a estabilidade do processo.

Amostra	1	2	3	4	5	Média	R
1	18	16	18	21	18	18,2	5
2	17	18	21	19	19	18,8	4
3	16	17	16	19	20	17,6	4
4	19	19	17	18	20	18,6	3
5	32	21	30	22	34	27,8	13
6	17	22	21	16	17	18,6	6
7	16	16	17	18	19	17,2	3
8	23	24	16	17	21	20,2	8
9	8	9	9	10	8	8,8	2
10	20	20	22	21	16	19,8	6
					Soma	185,6	54

Resolução:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \ldots + \bar{x}_k}{k} = \frac{18{,}2 + \ldots + 19{,}8}{10} = \frac{185{,}6}{10} = 18{,}56$$

$$\bar{R} = \frac{R_1 + \ldots + R_k}{k} = \frac{5 + \ldots + 6}{10} = \frac{54}{10} = 5{,}4$$

$$LCS = D_4\bar{R} = 2{,}11 \times 5{,}4 = 11{,}39$$

$$LCI = D_3\bar{R} = 0{,}00 \times 5{,}4 = 0{,}00$$

$$LCS = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 18{,}56 + 0{,}58 \times 5{,}4 = 21{,}69$$

$$LCI = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 18{,}56 - 0{,}58 \times 5{,}4 = 15{,}43$$

Recalcula-se os limites eliminando-se as causas especiais (5 e 9)

$$\bar{\bar{x}} = \frac{18{,}2 + \ldots + 19{,}8}{8} = \frac{149}{8} = 18{,}63 \qquad \bar{R} = \frac{5 + \ldots + 6}{8} = \frac{39}{8} = 4{,}88$$

$$LCS = 2{,}11 \times 4{,}88 = 10{,}29$$

$$LCI = 0{,}00 \times 4{,}88 = 0{,}00$$

$$LCS = 18{,}63 + 0{,}58 \times 4{,}88 = 21{,}46$$

$$LCI = 18{,}63 - 0{,}58 \times 4{,}88 = 15{,}80$$

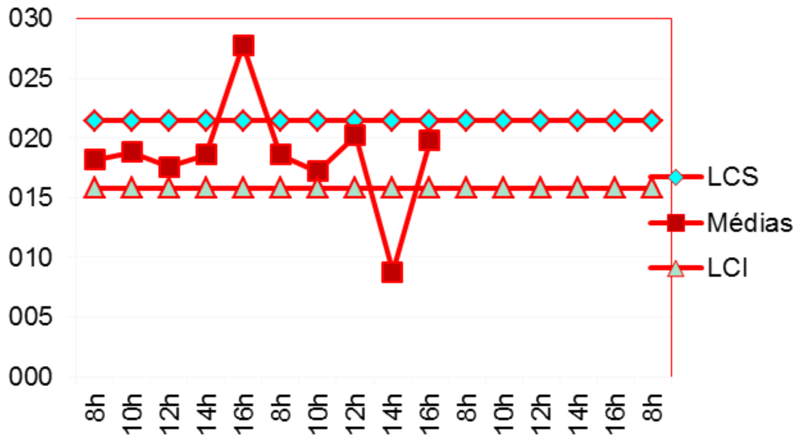


Figura 37- Carta de controle para média

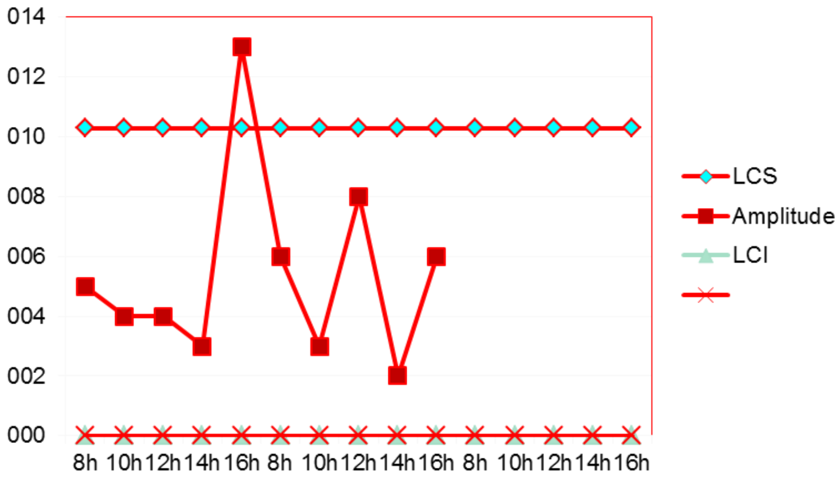


Figura 38- Carta de controle para amplitude

Interpretação da capacidade do processo

Uma vez que o processo esteja em controle estatístico, ainda permanece a questão se o processo é ou não capaz, isto é, o resultado satisfaz às exigências dos clientes?

A avaliação da capacidade do processo só inicia após a eliminação das causas especiais. Assim, a capacidade do processo está associada com as causas comuns de variabilidade .

Na Figura 39, tem-se um processo estável ao longo do tempo. O mesmo processo pode ser considerado capaz ou não dependendo das especificações do cliente.

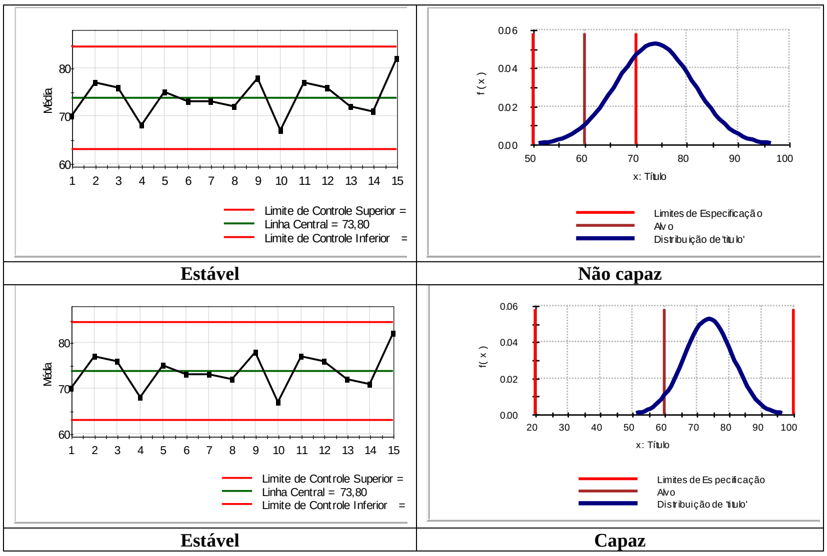


Figura 39 - Processo capaz e não capaz dependendo das especificações.

A avaliação da capacidade do processo é realizada com a distribuição dos valores individuais, pois o cliente espera que todas as peças produzidas estejam dentro das especificações. Dessa forma, é necessário conhecer a distribuição de probabilidade dos valores individuais da variável que está sendo monitorada e estimar a média, a variabilidade e os limites naturais do processo.

Para conhecer a distribuição de probabilidade da variável deve-se fazer um histograma dos dados (valores individuais) coletados.

Histograma

O histograma é uma forma gráfica que permite verificar o tipo de distribuição de probabilidade que as variáveis seguem. Para montar um histograma, inicialmente divide-se o conjuntos de dados em classes (ou categorias) e verifica-se o número de indivíduos pertencentes a cada classe, ou seja, a freqüência de cada classe. Organiza-se as classes e a freqüência de cada classe em uma tabela de freqüência. Nesse caso, os detalhes originais dos dados são perdidos, mas a vantagem está em observar aspectos globais do problema.

A seguir é apresentado um conjunto de 50 observações de uma característica dimensional qualquer de uma peça (em ordem crescente).

12,58	12,97	13,45	13,53	13,59	13,61	13,62	13,78	13,97	14,21
14,47	14,51	14,53	14,58	14,65	14,78	14,83	14,97	15,06	15,13
15,17	15,23	15,29	15,37	15,40	15,45	15,51	15,62	15,67	15,73
15,83	15,98	16,01	16,11	16,17	16,23	16,35	16,43	16,49	16,52
16,67	16,83	16,97	17,05	17,13	17,22	17,3	17,48	17,8	18,47

A Tabela 11 apresenta uma tabela de freqüência de 50 observações de uma característica dimensional.

Tabela 11 - Tabela de freqüência absoluta

Intervalos de classe da característica dimensional	**Freqüência absoluta**
12,50 a 13,50	3
13,51 a 14,50	8
14,51 a 15,50	15
15,51 a 16,50	13
16,51 a 17,50	9
17,51 a 18,50	2

Os limites tais como *12,50* a *13,50* são chamados de intervalos de classe. O número menor (*12,50*) é o limite inferior da classe; e o maior (*13,50*) é o limite superior da classe. Em alguns casos, pode-se usar intervalos abertos, do tipo *12,50* ou menor; *18,50* ou maior.

A amplitude dos intervalos de classe, quando for constante em todos os intervalos, é calculada fazendo-se a diferença entre dois limites inferiores ou dois limites superiores sucessivos. Caso contrário, tem-se uma amplitude variável.

Para o exemplo anterior, a amplitude é:

Amplitude = 16,50-15,50 = 15,50-14,50 = 1

O ponto médio de uma classe é obtido somando-se o limite inferior ao superior e dividindo por dois. Assim, o ponto médio do intervalo é:

Ponto médio = 13,50 a 14,50 é (13,50+14,50)/2 = 14,00.

Passos para elaborar um histograma

a) Determina-se o maior e menor valor do conjunto de dados;
Para o exemplo, *Mín=12,58* e *Máx=18,47*

b) Define-se o limite inferior da primeira classe (LI), que deve ser igual ou ligeiramente inferior ao menor valor das observações;
Para o exemplo, *LI =12,50*

c) Define-se o limite superior da última classe (LS), que deve ser igual ou ligeiramente superior ao maior valor das observações;
Para o exemplo, *LS=18,50*

d) Define-se o número de classes (K), que pode ser calculado usando $K = \sqrt{n}$ e deve estar compreendido entre 5 a 20;
Para o exemplo, $K = \sqrt{50} \cong 7$ mas por praticidade, escolher *K=6*

e) Conhecido o número de classes define-se a amplitude de cada classe: *a = (LS - LI) / K*;
Para o exemplo, $a = \frac{(LS - LI)}{K} = \frac{(18{,}50 - 12{,}50)}{6} = 1$

f) Conhecida a amplitude das classes, define-se os limites inferior e superior para cada classe.
Por exemplo, para a 1ª classe: *lim. inf.= LI =12,50* e *lim. sup.= LI + a=12,50 + 1=13,50*

g) Calcula-se a freqüência de cada classe, ou seja, o número de observações que caem em cada classe, e completa-se a tabela de freqüência;

Para o exemplo, o número de observações que caem no intervalo *12,50* a *13,50* é *3*.

h) Recomenda-se que os limites de cada classe sejam definidos com uma precisão maior do que as próprias observações, para evitar indecisões na classificação. Por exemplo: obs = 8,5 9,3 9,9 10,1 10,5 limites das classes = 8,55 a 8,95; 8,95 a 9,35; etc.

Como pode-se ver Figura 4031, o gráfico do histograma consiste de um conjunto de retângulos que tem: a) a base sobre um eixo horizontal com centro no ponto médio e largura igual a amplitude do intervalo de classes e b) a área proporcional às freqüências das classes.

Se todos os intervalos tiverem a mesma amplitude, as alturas dos retângulos serão proporcionais às freqüências das classes, e então costuma-se desenhar as alturas numericamente iguais a essas freqüências.

Alternativamente ao histograma, também pode ser desenhado um polígono de freqüência. Um polígono de freqüência, como pode ser visto na Figura 40, é um gráfico obtido ligando-se os pontos médios dos topos dos retângulos de um histograma.

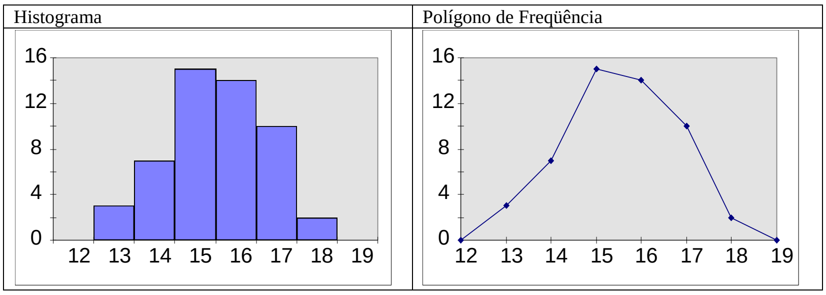


Figura 40 - Exemplo de histograma e polígono de freqüência.

Distribuição de freqüências relativas

A freqüência relativa de uma classe é a freqüência dessa classe dividida pelo total de todas as classes e é, geralmente, expressa em percentagem.

Eq 19

$$Freq.\ relativa = \frac{freq.\ da\ classe}{\sum freq.\ todas\ classes} x100$$

Por exemplo, a freqüência relativa da 1a classe da Tabela 11 é :

$$Freq.\ relativa = \frac{freq.\ da\ classe}{\sum freq.\ todas\ classes} x\,100 = \frac{3}{50} x\,100 = 6\%$$

Se as freqüências da Tabela 11 forem substituídas pelas freqüências relativas, teremos uma tabela de freqüências relativas (Tabela 12) e, então, pode-se plotar um histograma de freqüências relativas ou um polígono de freqüências relativas.

Tabela 12 - Distribuição de freqüência relativa Distribuição de freqüência relativa

Intervalos de classe da característica dimensional	Freqüência absoluta	Freqüência relativa
12,50 a 13,50	3	6%
13,51 a 14,50	8	16%
14,51 a 15,50	15	30%
15,51 a 16,50	13	26%
16,51 a 17,50	9	18%
17,51 a 18,50	2	4%

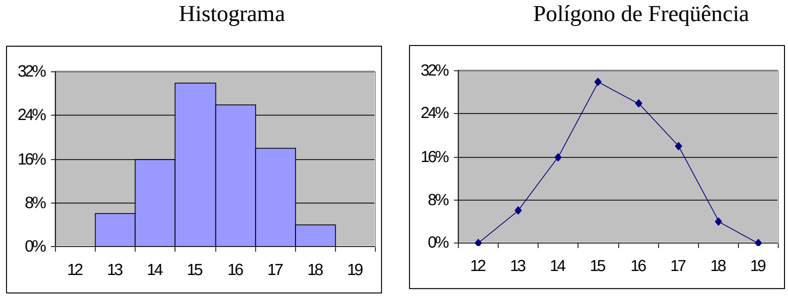


Figura 41 - Histograma e polígono de freqüência relativa para o exemplo anterior

Distribuição de freqüências acumuladas

A freqüência total de todos os valores inferiores ao limite superior de uma dada classe é denominada freqüência acumulada para aquele intervalo.

Por exemplo, a freqüência acumulada até e inclusive o intervalo *13,51 a 14,50* é

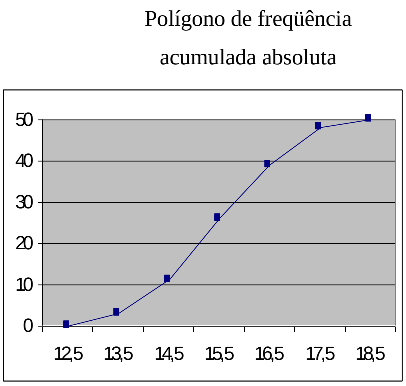
3 + 8 = 11, o que significa que 11 das 50 peças cerâmicas apresentam característica dimensional inferior a 14,50.

Uma tabela que apresente essas freqüências é chamada de tabela de freqüência acumulada. Um gráfico que apresente a freqüência acumulada é denominado de polígono de freqüência acumulada.

Tabela 13 - Distribuição de freqüência acumulada

Intervalos de classe da caract. Dimensional	Freqüência Absoluta	Freqüência relativa	Freqüência acumulada absoluta	Freqüência acumulada relativa
Abaixo de 12,50	0	0%	0	0%
12,50 a 13,50	3	6%	3	6%
13,51 a 14,50	8	16%	11	22%
14,51 a 15,50	15	30%	26	52%
15,51 a 16,50	13	26%	39	78%
16,51 a 17,50	9	18%	48	96%
17,51 a 18,50	2	4%	50	100%

Dividindo-se a freqüência acumulada pelo total das observações, tem-se a tabela de freqüência acumuladas relativas e o correspondente polígono de freqüência acumulada relativa.



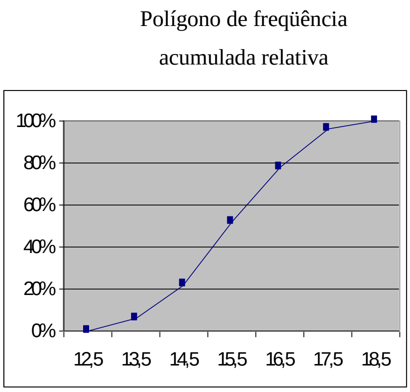


Figura 42 - Polígono de freqüência acumulada absoluta e relativa

O polígono de freqüência e o polígono de freqüência acumulado pode ser suavizado. Isso ajuda a filtrar o ruído presente em qualquer conjunto de dados.

O polígono de freqüência suavizado é a distribuição de freqüência ou distribuição de probabilidade de uma característica.

A análise das distribuições de freqüência relativas indica o comportamento de uma característica que seria observado no caso de uma amostra muito grande ou infinita.

Existem disponíveis em meio impresso ou em *softwares*, inúmeras distribuições de probabilidade que podem ser utilizadas para prever o comportamento de uma característica de qualidade que apresenta um processo estável ao logo do tempo.

Exercício 2

Os dados a seguir representam a espessura (em microns) de um recobrimento de cromo acrescentado sobre uma peça mecânica. Plote o histograma e identifique se a população da espessura do cromo apresentam distribuição de probabilidade simétrica ou assimétrica?

20,4	22,3	23,1	23,5	23,8	24,1	24,3	24,3	24,6	24,8
24,9	25,0	25,1	25,3	25,3	25,4	25,6	25,7	25,8	26,0
26,0	26,1	26,2	26,2	26,3	26,5	26,6	26,7	26,8	26,9
27,1	27,1	27,3	27,5	27,7	27,9	28,0	28,3	28,7	29,6

Teste gráfico de normalidade

Outra forma de verificar a distribuição das variáveis é através do papel de probabilidade que permite testar graficamente o ajuste de diferentes distribuições de probabilidade.

O papel de probabilidade Normal possui uma escala vertical transformada, de forma que se um conjunto de dados segue a distribuição Normal, suas freqüências acumuladas aparecerão dispostas ao longo de uma linha reta.

Caso contrário, quando o modelo Normal não se ajusta bem aos dados, suas freqüências acumuladas irão apresentar curvatura quando plotadas no papel de probabilidade Normal.

Caso o papel de probabilidade Normal não esteja disponível, há outra alternativa gráfica para verificar o ajuste de um modelo Normal através do teste gráfico de valores teóricos de Z.

Passos para elaborar o teste gráfico de valores teóricos de *Z*

Essa alternativa utiliza os valores teóricos de Z esperados para cada valor ordenado de $X_{(i)}$.

Para elaborar o teste gráfico de valores teóricos de Z, recomenda-se seguir os seguintes passos:

a) colocam-se os dados ($X_{(i)}$.) em ordem crescente;

b) calcula-se a probabilidade acumulada $F(X_{(i)})$;

c) obtém-se o valor teórico de Z a partir de $F(X_{(i)})$, usando a tabela da distribuição Normal acumulada;

d) plota-se o $Z_{teórico}$ x $X_{(i)}$;

e) se o ajuste Normal é adequado, os valores plotados devem aparecer seguindo, aproximadamente, uma linha reta.

Por exemplo, sejam os valores de espessura de peças cerâmicas apresentados na Tabela 14. Como pode ser visto na Figura 43, os pontos estão aproximadamente dispostos segundo uma linha reta, indicando que os dados provêm de uma população com distribuição Normal.

Tabela 14 - Valores de $X_{(i)}$, $F(X_{(i)})$ *e* $Z_{\text{teórico}}$ *para a espessura.*

i	$X_{(i)}$	$F(X_{(i)}) = \frac{i-0,5}{n}$	***Z teórico***	***i***	$X_{(i)}$	$F(X_{(i)}) = \frac{i-0,5}{n}$	***Z teórico***
1	1,00	0,05	-1,64	6	1,80	0,55	0,13
2	1,22	0,15	-1,04	7	1,87	0,65	0,39
3	1,31	0,25	-0,67	8	2,00	0,75	0,67
4	1,55	0,35	-0,39	9	2,32	0,85	1,04
5	1,62	0,45	-0,13	10	2,50	0,95	1,64

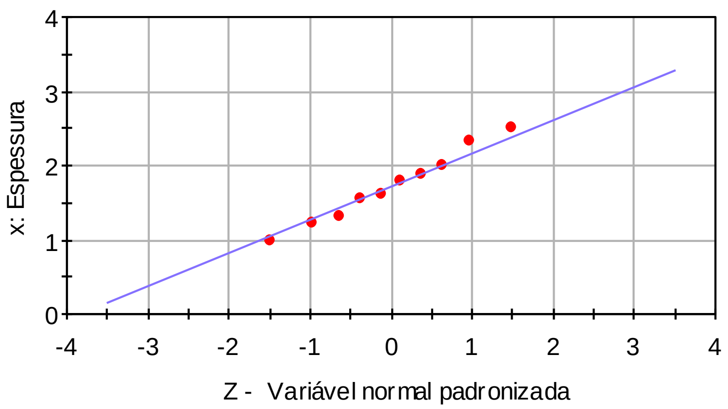


Figura 43 - Exemplo do teste de normalidade de valores teóricos de Z.

Vale observar que esses dados com tamanho de amostra n = 10 não seriam suficientes para uma análise usando histograma. Mas com a ajuda do teste gráfico de normalidade é possível avaliar se os dados provém de uma população Normal.

Exercício 3

Os dados a seguir representam a voltagem medida na saída de um modelo de transformador. Plote esses dados em papel de probabilidade normal, e teste a aderência deste modelo. Caso o ajuste seja adequado, faça estimativas da média e do desvio padrão

Dados

204,0 205,0 206,0 206,0 207,5 207,5 208,0 208,5

209,5 209,5 210,5 211,0 211,5 212,0 213,5 214,0

Cálculo dos limites naturais

Uma vez identificada a distribuição dos valores individuais calcula-se os limites naturais.

Caso a distribuição dos valores individuais seja Normal, os limites naturais são calculados considerando-se a extensão de seis desvios--padrões (6σ). Dessa forma, os limites naturais compreendem 99,73% dos valores, ou seja, teoricamente 99,73% das peças produzidas estarão dentro dos limites naturais e 0,27% estarão fora dos limites naturais.

Os limites naturais da distribuição Normal são calculados usando a fórmula:

Eq 20 : $$LNI = \mu - 3\sigma$$

Eq 21 : $$LNS = \mu + 3\sigma$$

A estimativa do desvio-padrão dos valores individuais (σ) é obtida a partir da média das amplitude das amostras usando::

Eq 22 : $$\hat{\sigma} = \overline{R}/d_2$$

Onde d_2 é uma constante que depende do tamanho da amostra, cujos valores encomtram-se na Tabela 15. Ou a partir do desvio-padrão das amostras usando:

Eq 23 : $$\hat{\sigma} = \overline{S}/c_4$$

Onde c_4 é uma constante que depende do tamanho da amostra, cujos valores encontram-se na Tabela 15.

Tabela 15 - Valores da constante d_2 e c_4.

n	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**15**	**20**
d_2	1,13	1,69	2,06	2,33	2,53	2,70	2,85	2,97	3,08	3.47	3.74
c_4	0,80	0,89	0,92	0,94	0,95	0,96	0,965	0.969	0,973	0,982	0,987

Na Figura 44, pode-se visualizar os limites naturais de um processo que segue a distribuição Normal.

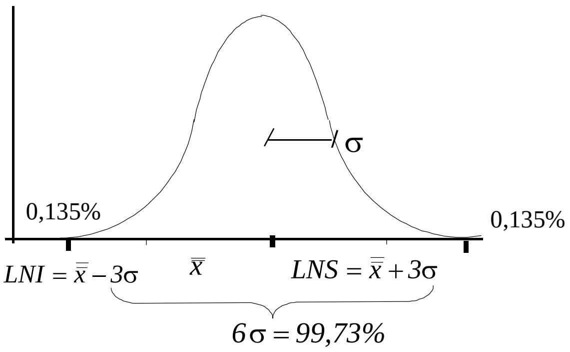


Figura 44 - Limites naturais da distribuição dos valores individuais.

Na Figura 45, apresenta-se o percentual dentro da faixa de dois desvios--padrões (±1σ), quatro desvios-padrões (± 2 σ) e seis desvios-padrões (± 3σ) para um processo que segue a distribuição Normal com média 28,6 e desvio de 0,2.

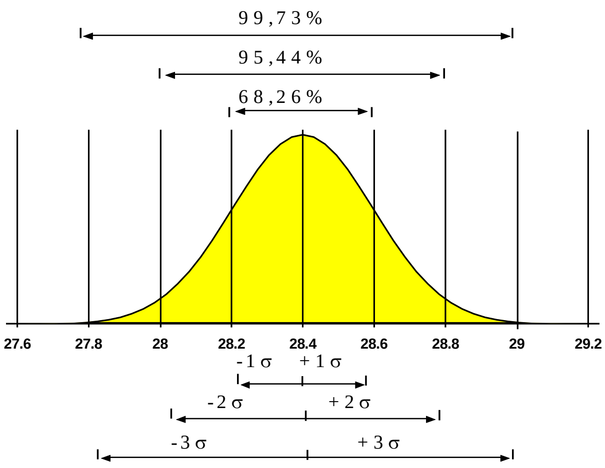


Figura 45 - Percentuais associados a faixa de ±1 σ, ±2 σ e ±3σ da distribuição Normal, para uma população com média 28,4 e desvio- -padrão 0,20.

Índices de capacidade

Muitas vezes é conveniente ter uma maneira simples e quantitativa de expressar a capacidade do processo. Uma maneira é utilizar os índices de capacidade que comparam os limites naturais do processo com a amplitude das especificações exigidas para o processo.

O cálculo dos índices de capacidade é realizado supondo que as variáveis provêm de uma distribuição Normal.

A Figura 49 ilustra a situação de processos capaz e não-capaz.

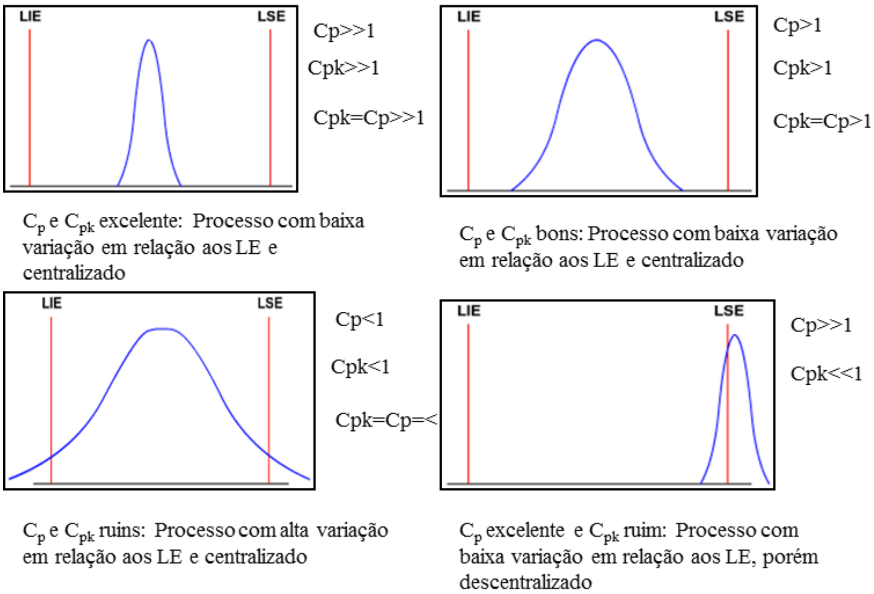


Figura 46 - Processo capaz e não-capaz

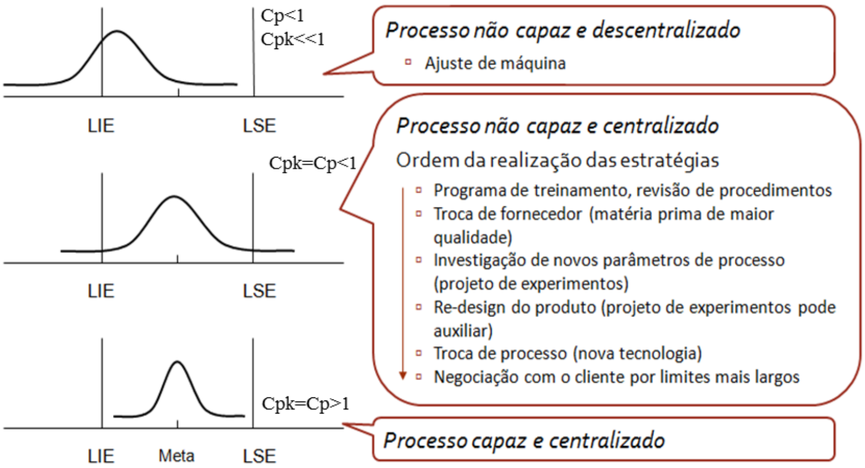


Figura 47 - Estratégias de capacitação e centralização de processos

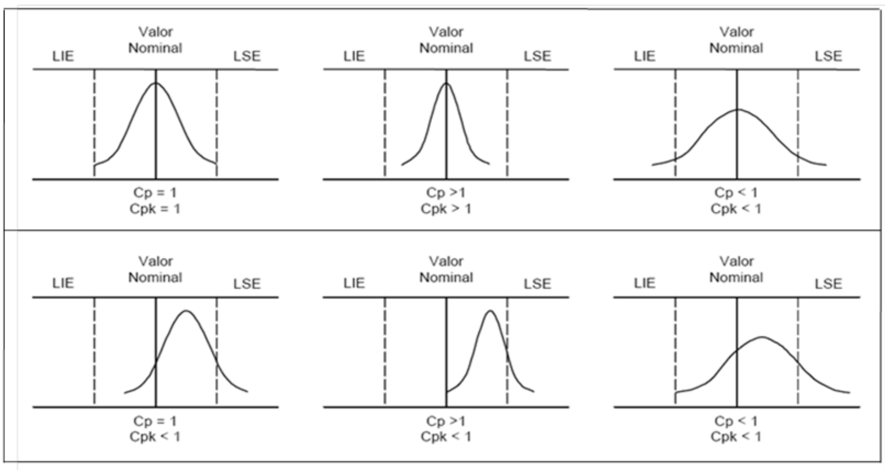


Figura 48- Exemplos de processo capaz e não-capaz

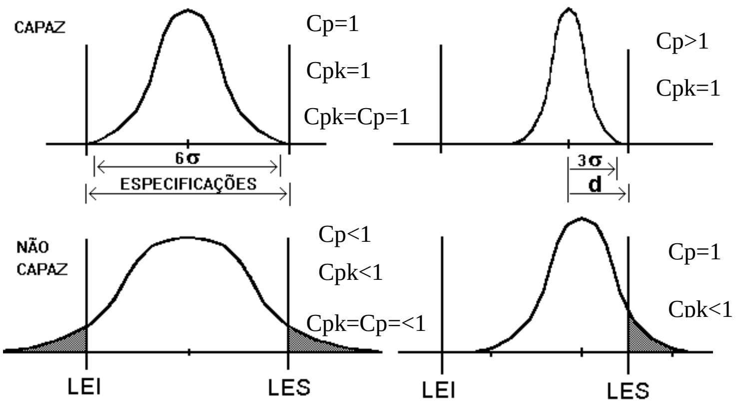


Figura 49 - Exemplo de processo capaz e não-capaz.

Há vários tipos de índice de capacidade. Um índice usado com freqüência para avaliação de características do tipo nominal-é-melhor, ou seja, características que possuem um valor alvo a ser atingido e qualquer desvio desse valor alvo é prejudicial, é o C_p calculado segundo a equação abaixo:

Eq 24 :

$$C_p = \frac{LES - LEI}{6\hat{\sigma}}$$

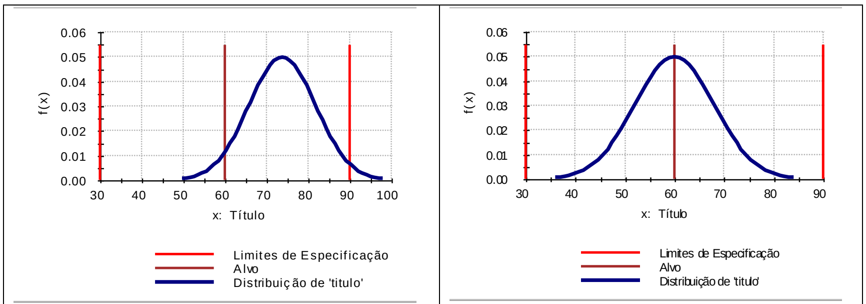
O índice C_p avalia a capacidade potencial do processo, que poderia ser atingida se o processo estivesse centrado.

Conhecidos: $\overline{R} = 18{,}7$, $n = 5$, $d_2 = 2{,}33 \Rightarrow \hat{\sigma} = 18{,}7 / 2{,}33 = 8{,}03$, o cálculo de C_p para o exemplo da fresa da Tabela 9 seria:

$$C_p = \frac{90-30}{6\times 8{,}03} = 1{,}24$$

Ou seja, o processo é potencialmente capaz.

Como pode-se verificar na Figura 50, o índice C_p é igual em ambos processos, ou seja, ele não avalia a capacidade real do processo, pois não verifica se o processo está centrado pois não considera a média do processo .



Processo descentrado $C_{pk} < C_p$	Processo centrado $C_{pk} = C_p$
$C_{pksup} = 0{,}67 < C_p = 1{,}24$	$C_{pksup} = 1{,}24 = C_{pkinf} = 1{,}24 = C_p = 1{,}24$

Figura 50 - Processo descentrado versus processo centrado.

A capacidade real do processo para características do tipo nominal-é-melhor é estimada pelo índice C_{pk} que considera a média do processo

Eq 25 :

O cálculo do índice C_{pk} para o exemplo anterior seria:

$$C_{pk}\,\text{inf} = \frac{\bar{x} - LEI}{3\times\hat{\sigma}} = \frac{(73{,}8 - 30)}{(3\times 8{,}03)} = 1{,}81$$

$$C_{pk}\,\text{sup} = \frac{LES - \bar{x}}{3\times\hat{\sigma}} = \frac{(90 - 73{,}8)}{(3\times 8{,}03)} = 0{,}67$$

$$C_{pk} = \min(0{,}67; 1{,}81) = 0{,}67$$

Caso o processo fosse centrado, ou seja, a média trazida para $\bar{x} = 60$, o C_{pk} resultaria igual ao C_p:

Pode-se fazer algumas observações a respeito dos índices C_p e C_{pk} :

O índice C_{pk} , que mede a capacidade real do processo, é sempre menor ou igual ao índice C_p que mede a máxima capacidade do processo quando ele está centrado;

O índice C_{pk} é menor do que o índice C_p quando o processo está descentrado e é igual ao C_p quando o processo está centrado;

O $C_{pk} > 1$ é condição necessária para a especificação do cliente contemple 6sigma 99,73% da peças produzidas e que a fração de defeituosos seja de 0,27%.

Muitas empresas utilizam como padrão de qualidade a meta $C_{pk} > 1{,}33$ que garante que a especificação contemple 8sigma do processo ou C_{pk} >1,67 que garante 10 sigma dentro da tolerância

Neste caso devemos igualar o C_{pk} ao valor desejado e isolar e calcular o valor do sigma correspondente

$$C_p = \frac{LES - LEI}{6\cdot\sigma} = 1{,}33$$

$$\sigma = \frac{LES - LEI}{6\cdot 1{,}33} = \frac{LES - LEI}{8}$$

Como pode ser visto na Figura 50, no caso de um processo que possui um $C_{pk} < 1$ e um $C_p > 1$, basta centrar-se o processo que ele se torna capaz. Esse é um processo que, com pouco investimento consegue-se torná-lo capaz, pois centrar o processo geralmente é uma tarefa fácil. Dessa forma, processos com $C_{pk} < 1$ e $C_p > 1$ devem ser priorizados nas ações de melhoria.

Caso a características de qualidade for do tipo maior-é-melhor, o valor do limite de especificação superior é teoricamente infinito, logo a avaliação da capacidade do processo será realizada apenas com o C_{pk} inferior.

Caso a característica for do tipo menor-é-melhor, o valor do limite de especificação inferior é teoricamente zero, logo a avaliação da capacidade do processo será realizada apenas com o C_{pk} superior.

O valor de C_{pk} pode auxiliar na decisão sobre onde concentrar os esforços de engenharia sendo que processos com menor C_{pk} devem ser priorizados nas ações de melhoria.

Exercício 4

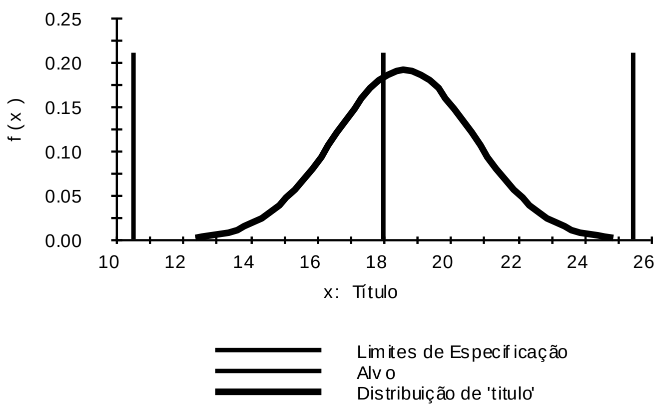
Sabendo que as especificações do processo de fabricação de solenóides são 18 ± 7,5, calcule o C_p e C_{pk} do processo.

Resolução

$$\hat{\sigma} = \overline{R} / d_2 = 4{,}88 / 2{,}33 = 2{,}09$$

$$C_p = \frac{LES - LEI}{6\hat{\sigma}} = \frac{25{,}5 - 10{,}5}{6 \times 2{,}09} = 1{,}20$$

$$C_{pk} = \min\left\{\frac{LES - \bar{\bar{x}}}{3\hat{\sigma}}, \frac{\bar{\bar{x}} - LEI}{3\hat{\sigma}}\right\} = \min\left\{\frac{25{,}5 - 18{,}63}{3 \times 2{,}09}; \frac{18{,}63 - 10{,}5}{3 \times 2{,}09}\right\} = 1{,}10$$



Cálculo do percentual fora de especificação

É interessante estimar o percentual de peças produzidas dentro das especificações e o percentual de refugo e retrabalho, pois dessa forma tem-se uma estimativa dos custos associados à má qualidade.

O cálculo do percentual de peças fora de especificação é estimado calculando-se a média e a variabilidade da distribuição e o valor da variável reduzida Z para os limites de especificação.

Como podemos ver na Figura 51, o cálculo da variável reduzida Z faz uma transformação dos valores reais em valores codificados. Essa transformação é feita descontando-se a média para eliminar o efeito de localização e dividindo-se pelo desvio-padrão para eliminar o efeito de escala:

$$Eq\ 26 \quad : \quad Z = \frac{LE - \bar{\bar{x}}}{\sigma}$$

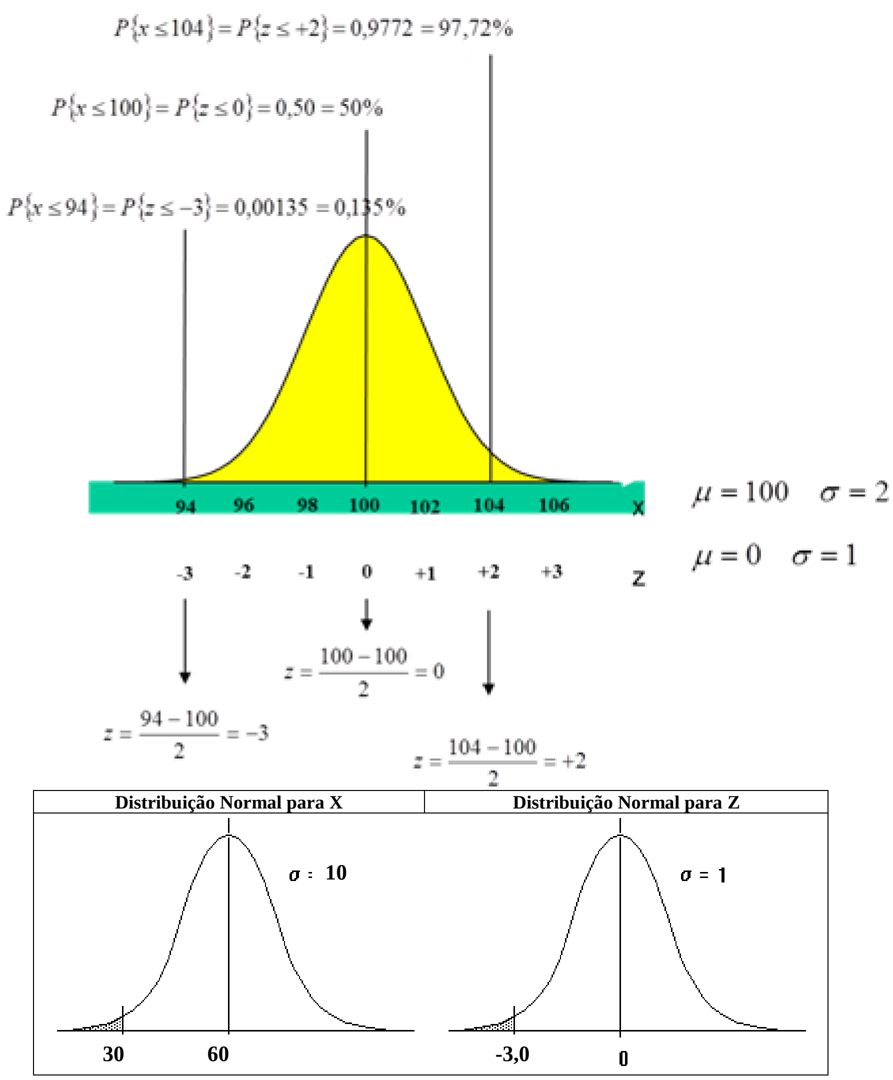


Figura 51 - Distribuição de probabilidade dos valores reais e codificados.

Uma vez calculada a variável reduzida *Z*, consulta-se a tabela Normal padronizada para identificar a probabilidade acumulada à esquerda de *Z*, ou seja, a probabilidade de ocorrerem valores menores ou iguais a um certo valor de *Z* consultado.

$$Z = \frac{LE - \bar{\bar{x}}}{\sigma} = \frac{30 - 60}{10} = -3$$

P (Z < -3,0) = 0,00135 ou 0,135%

P (Z > +3,0) = 1 - P (Z < 3,0) = 1-0,9987 = 0,00135 ou 0,135%

P (-3,0 < Z < 3,0) = 1- 0,00135- 0,00135 = 0,9973 ou 99,73%

A seguir serão apresentados dois exemplos do cálculo do percentual fora de especificação.

Exemplo 1

O percentual dentro das especificações do exemplo da fresa com média de 73,8, desvio-padrão de 8,03 e especificações de 60 ± 30, é calculado conforme segue.

O percentual abaixo da especificação inferior é calculado da seguinte forma:

$$P(X < 30) = P(Z < \frac{30-73{,}8}{8{,}03}) = P(Z < -5{,}45)$$

Uma vez calculado o valor de Z, consulta-se a tabela Normal padronizada:

P(Z<-5,45) = *0,0000*

Ou seja, a probabilidade de peças produzidas abaixo do limite inferior de especificação é virtualmente zero.

Uma vez que a tabela Normal padronizada fornece a probabilidade acumulada à esquerda de *Z*, o percentual acima da especificação superior é calculado pelo complementar, ou seja:

$$P(X > 90) = 1 - P(X < 90) = 1 - P(Z < \frac{90-73{,}8}{8{,}03}) = 1 - P(Z < 2{,}017)$$

Uma vez calculado o valor de Z, consulta-se a tabela Normal padronizada:

P(Z<2,017) = *0,9782*

$$P(X > 90) = 1 - P(X < 90) = 1 - P(Z < 2{,}017) = 1 - 0{,}9782 = 0{,}0218$$

Ou seja, a probabilidade de peças produzidas acima do limite superior de especificação é de 2,18%.

O percentual dentro das especificações pode ser calculado descontando o percentual acima e abaixo das especificações como a seguir:

$$P(30 < X < 90) = 1 - 0{,}0000 - 0{,}0218 = 0{,}9782 \textit{ ou 97,82\%}$$

Ou seja, a probabilidade de peças produzidas dentro dos limites de especificação é de 97,82%.

Na Figura 52, representa-se graficamente a distribuição dos valores da fresa e os limites de especificação do cliente. Como pode-se ver, o processo está descentrado para a direita, fazendo com que virtualmente nenhuma peça seja produzida abaixo do limite inferior mas, em compensação, sejam produzidas 2,17% peças acima do limite superior.

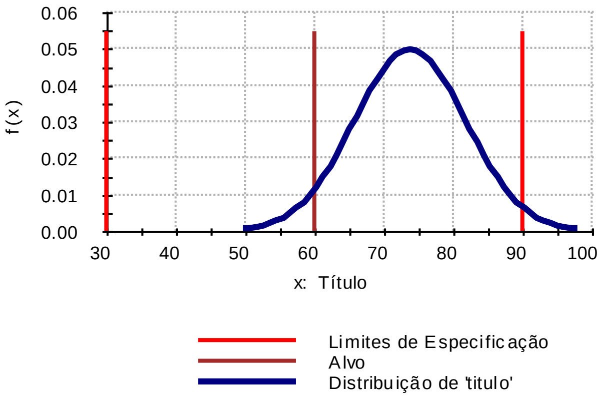


Figura 52 - Distribuição de probabilidade do exemplo da fresa.

Exemplo 2

Caso o processo seja centrado, ouse seja, a média deslocada para o valor central do intervalo de especificaçao (média=60) e mantido o desvio-padrão, os percentuais de peças fora de especificação serão reduzidos

Cálculo do % de peças abaixo do LEI=30

$$P(X < 30) = P(Z < \frac{30-60}{8{,}03}) =$$

$$P(X < 30) = P(Z < -3{,}74) \cong 0{,}00$$

Cálculo do % de peças acima do LES=90

$$P(X > 90) = 1 - P(X < 90) = 1 - P(Z < \frac{90-60}{8{,}03}) =$$

$$P(X > 90) = 1 - P(Z < 3{,}74) = 1 - 0{,}9999 \cong 0{,}00$$

Cálculo do % de peças dentro do LEI=30 e LES=90

$$P(30 < X < 90) = 1 - 0{,}00 - 0{,}00 \cong 1{,}00 \text{ ou } 100\%$$

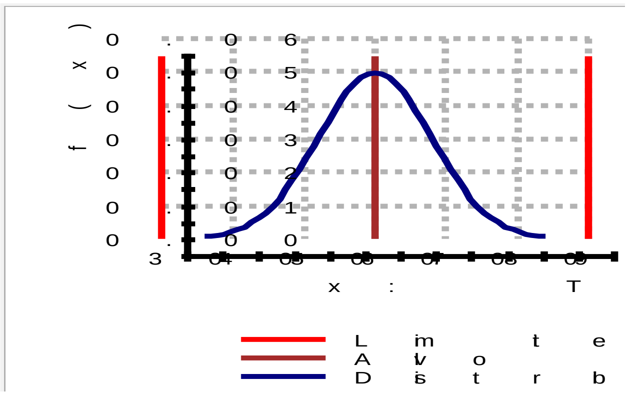


Figura 53 - Distribuição de probabilidade do exemplo da fresa com o processo centrado.

Exercício 5

Considerando que um solenóide acima das especificações pode ser retrabalhado e um valor abaixo das especificações é refugado, calcule o percentual de refugo e retrabalho para o exercício anterior, supondo que as especificações sejam 18 ± 7,5

Percentual fora das especificações:

$$P(X > 25{,}5) = 1 - P(X < 25{,}5) =$$

$$1 - P(Z < \frac{25{,}5 - 18{,}63}{2{,}09}) = 1 - P(Z < 3{,}29)$$

$$1 - 0{,}9995 = 0{,}0005 \text{ ou } 0{,}05\%$$

Percentual abaixo das especificações

[illegible]

Percentual dentro das especificações

[illegible]

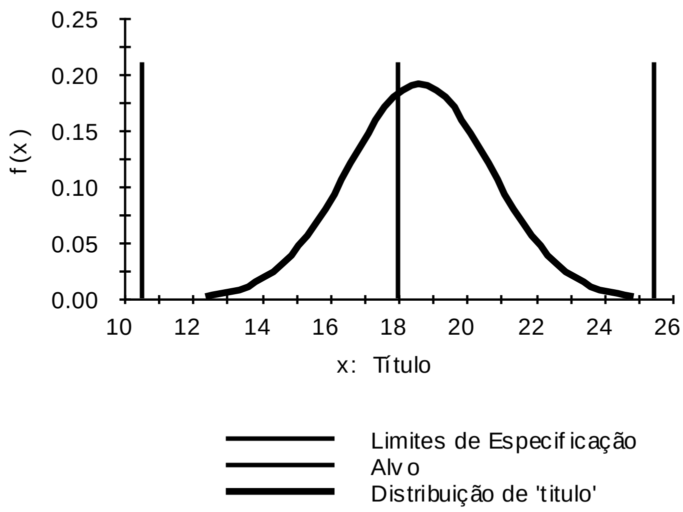


Figura 54–Distribuição de “titulo”

Distribuição de probabilidades

Função densidade de probabilidade normal acumulada para quatro diferentes conjuntos de parâmetros (μ,σ2):

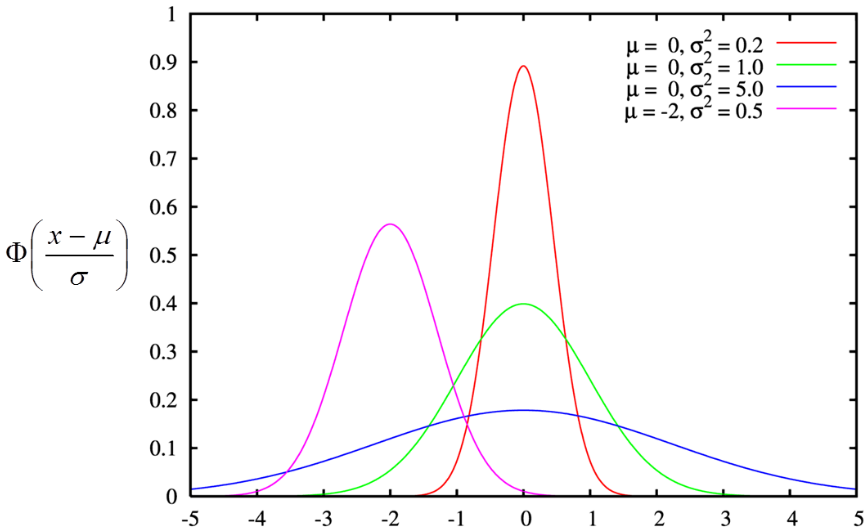


Figura 55 - Função densidade

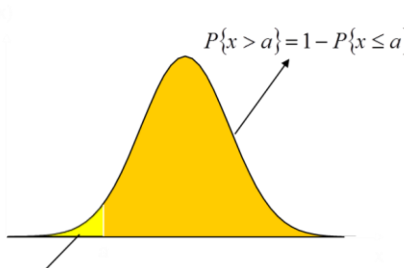
Distribuições normais

O fato de uma distribuição Normal ser completamente caracterizada por sua média e desvio-padrão permite que a área sob a curva entre um ponto qualquer e a média seja função somente do número de desvios-padrões que o ponto está distante da média. Como existe uma infinidade de distribuições normais (uma para cada média e desvio-padrão), transformamos a unidade estudada seja ela qual for (peso, espessura, tempo, etc.) na unidade Z, que indica o número de desvios-padrão a contar da média.

Dessa forma, o cálculo de probabilidades (área sob a curva) pode ser realizado através de uma distribuição Normal padronizada, onde o parâmetro é a variável reduzida Z.A variável Z é chamada de variável padronizada, e a distribuição dos valores de Z é chamada de distribuição Normal padronizada.

Distribuição Normal $P\{x \le a\} = F(a) = \int_{-\infty}^{a} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$

$$P\{x > a\} = 1 - P\{x \le a\} = 1 - P\left\{z \le \frac{a-\mu}{\sigma}\right\} \equiv 1 - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$



$$P\{x \le a\} = P\left\{z \le \frac{a-\mu}{\sigma}\right\} \equiv \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$

Figura 56- Distribuição Normal

As áreas correspondentes às probabilidades da distribuição normal padrão estão tabeladas.

$$z_0 = 1{,}00 \quad \rightarrow \quad P(z \le 1) = 0{,}8413$$
$$z_0 = 1{,}16 \quad \rightarrow \quad P(z \le 1{,}16) = 0{,}8770$$

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07
1.0	**0.8413**	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	**0.8770**	0.8790
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147

Probabilidades acumuladas de ocorrência de valores abaixo de Z_0

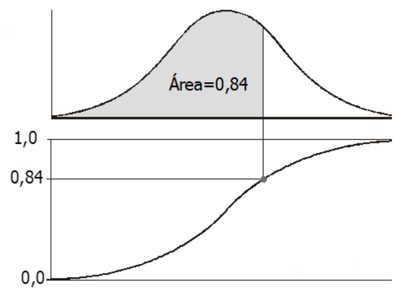


Figura 57- Tabela de probabilidades da distribuição normal

Distribuições não-normais

O cálculo dos índices de capacidade e do percentual de peças fora de especificação apresentado anteriormente foi realizado supondo que as variáveis provêm de uma distribuição Normal. Por isso, antes de realizar um estudo de capacidade é necessário verificar o tipo de distribuição que os dados seguem, utilizando-se, por exemplo, o histograma e o papel de probabilidade. Caso os dados não sigam a distribuição Normal, uma alternativa é utilizar uma transformação nos dados. O desejado é que os dados transformados sigam a distribuição Normal. Outra alternativa é calcular o percentual de peças fora de especificação usando os percentis da distribuição original dos valores individuais. Uma vez calculado o percentual de peças fora de especificação, deve-se identificar um valor de C_p que possua um percentual equivalente de peças fora de especificação. Dessa forma, pode-se ter o mesmo índice para avaliar a capacidade de todos os processos, o que permite compará-los e priorizar os esforços de melhoria naqueles que possuírem o menor índice C_{pk}.

A Tabela 16 apresenta diversos valores de C_{pk} e a respectiva quantidade de peças fora de especificação em partes por milhão (ppm). A segunda coluna refere-se à quantidade de peças fora de especificação, considerando um lado da distribuição, ou seja, quando as variáveis são do tipo menor-é-melhor ou maior-é-melhor. A terceira coluna refere-se à Quantidade observada em ambos lados da distribuição, ou seja, quando a variável é do tipo nominal-é-melhor.

C_{pk}	Unilateral	Bilateral
0,25	226.628	453.255
0,50	66.807	133.614
0,60	35.391	71.861
0,70	17.865	35.729
0,80	8.198	16.395
0,90	3.467	6.934
1,00	1.350	2.700
1,10	484	967
1,20	159	318
1,30	48	96
1,40	14	27
1,50	4	7
1,60	1	2
1,70	0,17	0,34
1,80	0,03	0,06
2,00	0,0009	0,0018

Tabela 16 - Valores de C_{pk} e a respectiva quantidade de peças fora de especificação (ppm).

Rotina e melhoria no controle do processo

Como pode-se visualizar na Figura 58, o controle estatístico de processo promove melhorias a partir de um procedimento iterativo.

Para melhorar a capacidade do processo após torná-lo estável (sem causas especiais), é preciso ação sobre o sistema (causas comuns). Isso em geral exige ação gerencial como:

a) treinamento de pessoal, b) revisão de procedimentos, c) revisão do ajuste de parâmetros, d) melhora da matéria-prima e manutenção / aquisição de equipamentos.

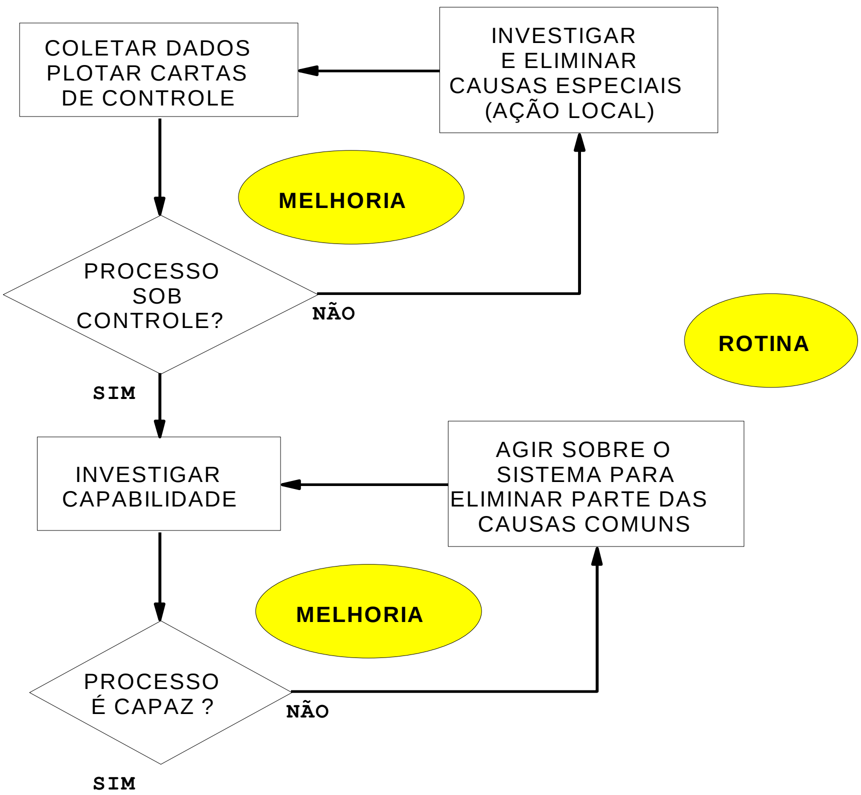


Figura 58 - Processo iterativo de melhoria do processo.

CARTA DE CONTROLE PARA O DESVIO-PADRÃO

Conforme o caso, o monitoramento do desvio-padrão (s) pode ser mais apropriado que o monitoramento da amplitude. O desvio-padrão é um indicador mais eficiente da variabilidade, principalmente para amostras grandes. Tipicamente, recomenda-se o uso da carta s quando: a) os dados forem coletados por computador e for fácil de implementar uma rotina de cálculo, b) os processos forem sofisticados, controlados por especialistas e c) as amostras forem grandes (subgrupos de tamanho $n > 10$).

Se os dados são volumosos, os valores individuais serão registrados em uma folha separada, e na folha da carta de controle irá aparecer apenas o valor calculado de $\bar{x}$ e s para cada subgrupo.

A fórmula para o cálculo do desvio-padrão é:

Eq 27
$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$$

E os limites de controle da média são calculados usando:

Eq 28
$$LCS = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{s}$$

Eq 29
$$LCI = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{s}$$

Onde A_3 é uma constante que depende do tamanho da amostra, cujos valores são apresentados na Tabela 17.

E os limites de controle do desvio-padrão são calculados usando:

Eq 30 : $$LCS = B_4 \bar{s}$$

Eq 31 : $$LCI = B_3 \bar{s}$$

Onde B_4 e B_3 são constantes que dependem do tamanho da amostra, cujos valores são apresentados na Tabela 17.

Tabela 17 - Valores das constantes B_4, B_3 *e* A_3.

n	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**8**	**9**	**10**	**15**	**20**	**25**
B_4	3,27	2,57	2,27	2,09	1,97	1,82	1.716	1,72	1,57	1,49	1,43
B_3	0	0	0	0	0,03	0,19	0.239	0,28	0,43	0,51	0,57
A_3	2,66	1,95	1,63	1,43	1,29	1,10	1.032	0,98	0,79	0,68	0,61

Exemplo de carta de controle para média ($\bar{x}$) e desvio-padrão (s)

Na Tabela 18, apresentam-se os mesmos dados do exemplo da fresa, só que desta vez calcula-se a média e o desvio-padrão para cada amostra coletada.

Para o exemplo da Tabela 18, obteve-se $\bar{\bar{x}} = 73{,}8$; $\bar{s} = 7{,}55$. Assim, os limites de controle foram calculados como segue.

Médias:

$$LCS = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{S} = 73{,}8 + 1{,}43 \text{ x } 7{,}55 = 86{,}55$$

$$LCS = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{S} = 73{,}8 - 1{,}43 \text{ x } 7{,}55 = 60{,}79$$

Desvio-padrão:

[illegible]

[illegible]

Como pode ser visto nas Figura 59 e Figura 60, o processo é estável ao longo do tempo.

Nome da parte	Retentor	Especificações	30 a 90 microns
Número da parte	9983-5	Instrumento	Micrômetro
Operação	Dobra superior	Amostra/Freq.	5 / 2 horas
Máquina	030	Unidade	Microns
Característica	Recobrimento	Carta N°.	01

Data		6/3					7/3					8/3				
Hora		8	10	12	14	16	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16
Operador		A	A	A	B	B	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B
	1	65	75	80	65	80	75	80	70	85	65	75	85	70	70	75
	2	70	70	70	65	60	70	75	65	85	65	60	65	75	65	80
Medidas	3	75	80	70	65	80	60	65	75	75	65	75	75	75	85	85
	4	60	90	80	80	80	85	75	65	65	80	85	75	70	60	80
	5	80	70	80	65	75	75	70	85	80	60	90	80	70	75	90
Soma		350	385	380	340	375	365	365	360	390	335	385	380	360	355	410
Média		70	77	76	68	75	73	73	72	78	67	77	76	72	71	82
Des. padrão		7,9	8,4	5,5	6,7	8,7	9,1	5,7	8,4	8,4	7,6	11,5	7,4	2,7	9,6	5,7

Tabela 18- Dados do exemplo da fresa.

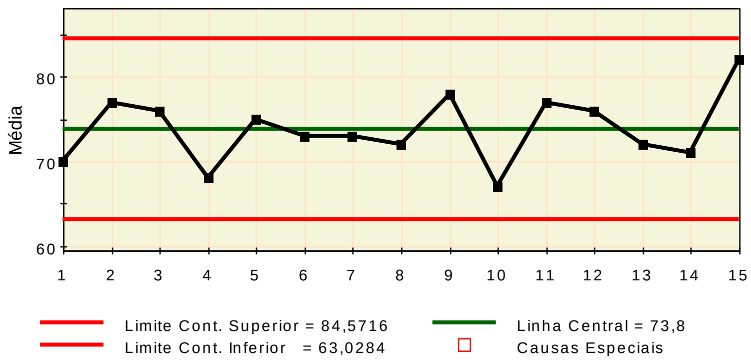


Figura 59 - Exemplo de carta de controle para a média.

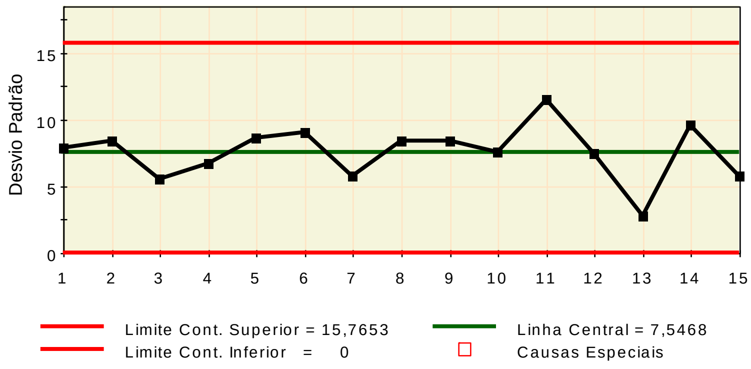


Figura 60 - Exemplo de carta de controle para o desvio-padrão.

Exercício 6

Os dados a seguir representam medições diárias feitas em uma central de produção de concreto. A característica de qualidade que está sendo medida é a resistência à compressão de corpos de prova de concreto.

Dia	x1	x2	x3	Dia	x1	x2	x3
1	18,0	17,1	19,3	11	16,2	18,5	19,7
2	17,5	18,9	19,1	12	17,5	17,9	18,9
3	16,9	18,2	18,9	13	18,2	17,5	19,3
4	17,0	19,3	18,5	14	19,2	18,8	17,8
5	18,1	18,3	19,2	15	17,7	18,2	19,1
6	19,3	17,3	18,1	16	16,9	17,9	18,5
7	18,2	16,8	18,9	17	18,2	18,6	19,4
8	19,5	17,2	17,9	18	17,8	18,2	19,3
9	18,1	18,8	18,3	19	17,3	19,5	18,1
10	16,1	16,9	18,5	20	18,0	17,2	19,1

Exercício 6 (cont.)

(a) Calcule a linha central e os limites de controle para a carta de medias e desvio-padrão

(b) Plote a carta de medias e conclua a respeito do controle estatístico da tendência central e da dispersão do processo

(c) Conclua a respeito da capabilidade do processo, sabendo que a resistência é uma característica do tipo maior-é-melhor e o limite de especificação inferior é 15,0.

CARTA DE CONTROLE PARA A MEDIANA ($\tilde{x}$) E AMPLITUDE (*R*)

Muitas vezes monitorar a mediana ($\tilde{x}$) em vez da média pode trazer algumas vantagens, pois: a) a mediana é mais fácil de calcular que a média e b) a mediana é robusta à presença de dados atípicos.

Como pode ser visto no exemplo abaixo, se houver um dado atípico, ele não influencia a mediana, mas influencia a média:

A	10 12 14 16 18	$\bar{x} = 14; \tilde{x} = 14$
B	10 12 14 16 38	$\bar{x} = 18; \tilde{x} = 14$

Enquanto a média foi influenciada pelo dado atípico 38, a mediana não foi, pois leva em conta apenas o ponto central.

A mediana é o valor central de uma amostra, ou seja, aquele valor que divide a amostra em 50% para esquerda e outros 50% para a direita. O procedimento para identificação da mediana é colocar os dados em ordem crescente e identificar o valor central.

Em função disso, muitas vezes o monitoramento da mediana é feito plotando em uma carta de controle todos os valores individuais, pois dessa forma eles ficam automaticamente em ordem crescente, e assinalando o valor mediano. Para esse procedimento ser prático, o subgrupo deve ser pequeno e com tamanho ímpar (3, 5 ou 7).

Os limites de controle são calculados usando-se o valor médio das medianas ($\bar{\tilde{x}}$) e o formulário conforme segue.

Eq 32 *- Mediana:* $LCS = \bar{\tilde{x}} + \tilde{A}_2 \bar{R}$

Eq 33 *- Mediana:* $LCI = \bar{\tilde{x}} - \tilde{A}_2 \bar{R}$

Onde $\tilde{A}_2$ é uma constante que depende do tamanho de amostra, cujos valores são apresentados na Tabela 19.

Eq 34 *- Amplitude:* $LCS = D_4 \bar{R}$

Eq 35 *- Amplitude:* $LCI = D_3 \bar{R}$

Onde D_4 e D_3 são constantes que dependem do tamanho da amostra, cujos valores são apresentados na Tabela 10.

Tabela 19 - Valores da constante $\tilde{A}_2$.

n	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
$\tilde{A}_2$	1,88	1,19	0,80	0,69	0,55	0,51	0,43	0,41	0,36

O monitoramento segue a mesma ótica vista para as médias: qualquer valor de amplitude ou mediana fora dos limites de controle indica que o operador deve agir para corrigir o processo ou notificar o supervisor e pessoal de suporte.

Exemplo de carta de controle para a mediana ($\tilde{x}$) e amplitude (*R*)

Na Tabela 20, apresentam-se os mesmos dados do exemplo da fresa, só que dessa vez calcula-se a mediana e a amplitude para cada amostra coletada.

Nome da parte	Retentor	Especificações	30 a 90 microns
Número da parte	9983-5	Instrumento	Micrômetro
Operação	Dobra superior	Amostra/Freq.	5 / 2 horas
Máquina	030	Unidade	Microns
Característica	Recobrimento	Carta N°.	01

Data		6/3					7/3					8/3				
Hora		8	10	12	14	16	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16
Operador		A	A	A	B	B	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B
	1	65	75	80	65	80	75	80	70	85	65	75	85	70	70	75
	2	70	70	70	65	60	70	75	65	85	65	60	65	75	65	80
Medidas	3	75	80	70	65	80	60	65	75	75	65	75	75	75	85	85
	4	60	90	80	80	80	85	75	65	65	80	85	75	70	60	80
	5	80	70	80	65	75	75	70	85	80	60	90	80	70	75	90
Soma		350	385	380	340	375	365	365	360	390	335	385	380	360	355	410
Mediana		70	75	80	65	80	75	75	70	80	65	75	75	70	70	80
Amplitude		20	20	10	15	20	25	15	20	20	20	30	20	5	25	15

Tabela 20- Dados do exemplo da fresa

Para o exemplo da Tabela 20, obteve-se $\bar{\tilde{x}} = 73{,}6$, $\bar{R} = 18{,}7$. Assim os limites de controle foram calculados como segue.

Medianas:

$$LCS = \tilde{\bar{x}} + \tilde{A}_2 \bar{R} = 73,6 + 0,69 \times 18,7 = 86,55$$

$$LCI = \tilde{\bar{x}} - \tilde{A}_2 \bar{R} = 73,6 - 0,69 \times 18,7 = 60,79$$

Amplitudes:

$$LCS = D_4 \bar{R} \ = 2,11 \ x \ 18,7 \ = \ 39,47$$

$$LCI = D_3 \bar{R} \ = 0,00 \ \ x \ 18,7 \ = \ 0,00$$

Como pode ser visto nas Figura 61 e Figura 62, o processo é estável ao longo do tempo.

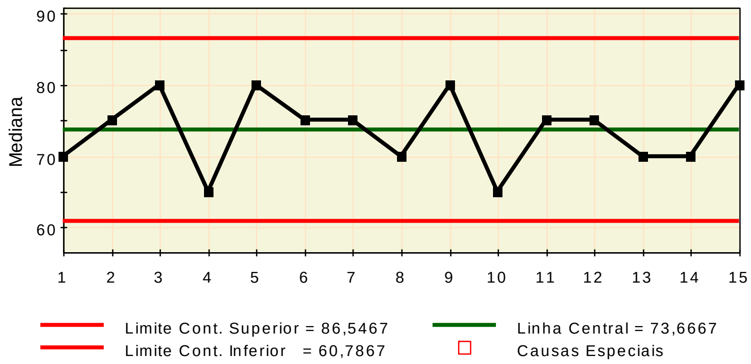


Figura 61 - Exemplo de carta de controle para a mediana.

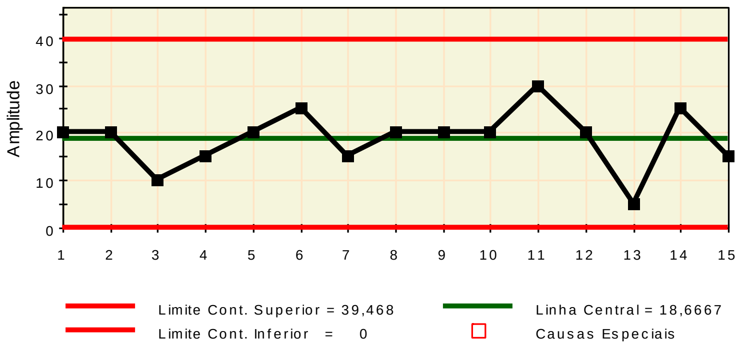


Figura 62 - Exemplo de carta de controle para a amplitude.

Exercício 7

Considere os dados apresentados a seguir. Calcule a mediana e amplitude de cada subgrupo e plote as respectivas cartas. Conclua a respeito da estabilidade e da capacidade do processo considerando que as especificações são 20 ± 10.

	x1	x2	x3	x4	x5
1	12	18	20	30	20
2	21	8	12	21	12
3	14	16	21	9	21
4	17	17	12	26	12
5	18	20	15	27	15
6	24	21	20	21	20
7	32	19	16	19	16
8	14	9	20	9	20
9	18	13	16	25	16
10	30	31	21	25	21
11	17	24	28	31	28
12	13	26	18	21	18
13	33	18	26	29	26
14	15	26	20	23	20
15	23	14	21	31	21
16	31	20	22	27	22
17	19	16	24	19	24
18	31	14	20	21	20
19	17	12	18	23	18
20	29	30	24	31	24

CARTA DE CONTROLE PARA VALORES INDIVIDUAIS

Algumas vezes é preciso realizar o controle do processo usando medidas individuais. Esse será o caso quando: a) taxa de produção muito baixa (por ex: 1 produto por dia), b) testes muito caros (por ex: testes destrutivos ou que exijam a parada da produção) e c) características muito homogêneas, que variam muito lentamente (por ex: um digestor químico).

As cartas dos valores individuais não se beneficiam do teorema do limite central que garante que as médias seguem à distribuição Normal, logo deve-se ter alguns cuidados com a sua aplicação: a) se a distribuição não for simétrica, a interpretação das cartas deve levar isso em conta, b) as cartas de valores individuais não são tão sensíveis a mudanças no processo como as cartas de médias, c) os pontos da carta da amplitude móvel são correlacionados, e essa correlação pode induzir um padrão ou ciclos na carta de amplitude e d) as cartas de valores individuais não permitem avaliar diretamente a dispersão do processo. Para contornar esse último aspecto, em geral, se usa uma amplitude móvel calculada como a diferença entre cada par de leituras sucessivas. Dessa forma, o tamanho de amostra é considerado $n=2$.

Os limites de controle para a carta de valores individuais são calculados como segue.

Eq 36 *- Amplitude:* $LCS = D_4 \overline{R}$

Eq 37 *- Amplitude:* $LCI = D_3 \overline{R}$

Onde D_4 e D_3 são constantes que dependem do tamanho da amostra, cujos valores são apresentados na Tabela 10.

Eq 38 *- Valores individuais:* $LCS = \overline{x} + E_2 \overline{R}$

Eq 39 *- Valores individuais:* $LCI = \overline{x} - E_2 \overline{R}$

Onde E_2 é uma constante que depende do tamanho da amostra, cujos valores são apresentados na Tabela 21.

Tabela 21 - Valores da constante E_2.

n	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
E_2	2,66	1,77	1,46	1,29	1,18

A constante E_2 só poderá ser usada se a distribuição for aproximadamente simétrica. A variabilidade do processo continua sendo estimada usando-se $\hat{\sigma} = \overline{R} / d_2$.

Exemplo de carta de controle para valores individuais

Os dados da Tabela 22 representam medidas diárias de viscosidade de bateladas químicas durante um período de 30 dias.

Tabela 22 - Valores de viscosidade de bateladas químicas.

Amostra	Dia	Valor	A. móvel	M. móvel	Amplitude
1	10/Jun	6	-	-	-
2	11/Jun	6,5	0,5	-	-
3	12/Jun	6	0,5	-	-
4	13/Jun	5	1	5,875	1,5
5	14/Jun	6,2	1,2	5,925	1,5
6	15/Jun	4,5	1,7	5,425	1,7
7	16/Jun	6	1,5	5,425	1,7
8	17/Jun	5,4	0,6	5,525	1,7
9	18/Jun	5	0,4	5,225	1,5
10	19/Jun	6,5	1,5	5,725	1,5
11	20/Jun	6,1	0,4	5,75	1,5
12	21/Jun	5,6	0,5	5,8	1,5
13	22/Jun	5,5	0,1	5,925	1
14	23/Jun	4,5	1	5,425	1,6
15	24/Jun	4,2	0,3	4,95	1,4
16	25/Jun	4,7	0,5	4,725	1,3
17	26/Jun	7,8	3,1	5,3	3,6
18	27/Jun	4,5	3,3	5,3	3,6
19	28/Jun	6	1,5	5,75	3,3
20	29/Jun	7	1	6,325	3,3
21	30/Jun	6	1	5,875	2,5
22	01/Jul	6	0	6,25	1
23	02/Jul	5,5	0,5	6,125	1,5
24	03/Jul	6,5	1	6	1
25	04/Jul	6	0,5	6	1
26	05/Jul	6,5	0,5	6,125	1
27	06/Jul	5	1,5	6	1,5
28	07/Jul	6,5	1,5	6	1,5
29	08/Jul	6	0,5	6	1,5
30	09/Jul	6,5	0,5	6	1,5
	Média	**5,78**	**0,97**	**5,73**	**1,75**

Conhecendo-se: $\overline{x} = 5{,}78$; $\overline{R} = 0{,}97$, os limites de controle são calculados como segue.

Valores individuais:

$$LCS = \overline{x} + E_2\overline{R} = 5{,}78 + 2{,}66 \times 0{,}97 = 8{,}36$$

$$LCI = \overline{x} - E_2\overline{R} = 5{,}78 - 2{,}66 \times 0{,}97 = 3{,}21$$

Amplitudes:

$$LCS = D_4\overline{R} = 3{,}27 \times 0{,}97 = 3{,}17$$

$$LCI = D_3\overline{R} = 0{,}00 \times 0{,}97 = 0{,}00$$

Na Figura 63, apresenta-se a carta de valores individuais com os limites de controle calculado sem causas especiais e na Figura 64, apresenta-se uma carta de amplitude móvel. Como pode ser observado, na carta de amplitude os pontos são correlacionados, devido à forma com que se realiza o cálculo da amplitude entre amostras.

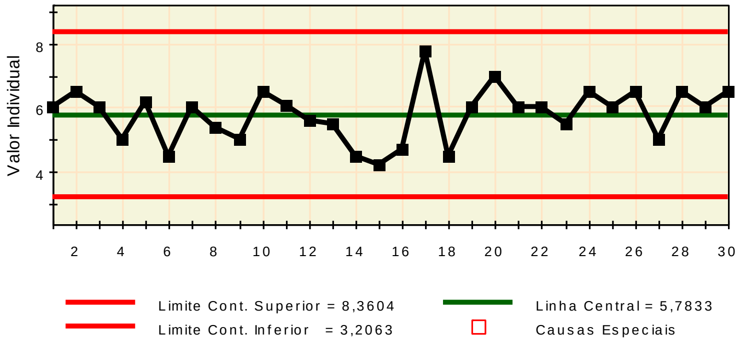


Figura 63 - Carta de controle para valores individuais

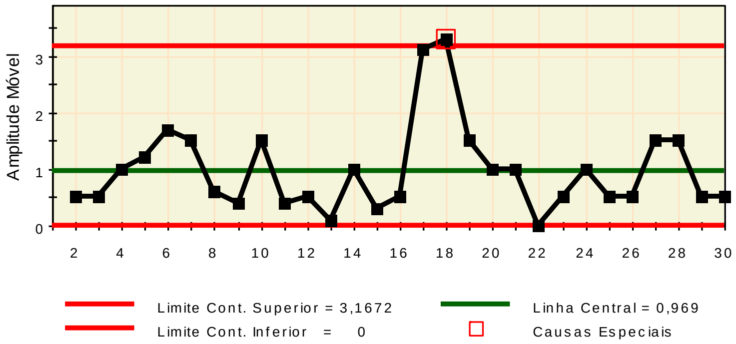


Figura 64 - Carta de controle para amplitude móvel

Exercício 8

Os dados a seguir representam medições de abrasão efetuadas uma vez por dia em um processo de extrusão de borracha industrial.

Dia	x	Dia	x
1	82,5	11	83,0
2	81,5	12	82,5
3	79,0	13	81,5
4	83,0	14	82,0
5	79,5	15	81,0
6	82,0	16	83,0
7	81,0	17	81,5
8	83,5	18	80,5
9	80,2	19	82,0
10	78,0	20	83,0

(a) Calcule os limites de controle para uma carta de valores individuais e para uma carta de amplitude móvel;

(b) Plote essas duas cartas e conclua a respeito do controle do processo;

(c) Conclua a respeito da capabilidade do processo, sabendo que a abrasão é uma característica do tipo menor-é-melhor e o limite de especificação superior é 85,0.

CARTAS DE CONTROLE PARA MÉDIAS MÓVEIS

As cartas de médias móveis são: a) muito efetivas para detectar pequenas mudanças na média e b) indicadas para o controle automatizado.

O uso simultâneo de cartas de médias móveis (M_t) e médias simples ($\bar{x}$) ou valores individuais (x) é recomendado.

A média móvel de passo w é definida como:

Eq 40 : $$M_t = \frac{\bar{x}_t + \bar{x}_{t-1} + ... + \bar{x}_{t-w+1}}{w}$$

A média móvel é recalculada a cada nova amostra (subgrupo), incorporando a amostra mais recente e descartando a amostra mais antiga.

A variância da média móvel (σ_{Mt}) resulta:

Eq 41 : $$\sigma_{Mt} = \frac{\sigma}{\sqrt{nw}}$$

Assim, os limites de controle para a média móvel para períodos onde $t \geq w$ serão:

Eq 42 : $$LCS = \bar{\bar{x}} + \frac{3\sigma}{\sqrt{nw}}$$

Eq 43 : $$LCI = \bar{\bar{x}} - \frac{3\sigma}{\sqrt{nw}}$$

Ou

Eq 44 : $$LCS = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R}$$

Eq 45 : $$LCI = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R}$$

Para o exemplo anterior da Tabela 22 tem-se $w = 4$, $\bar{\bar{x}} = 5{,}73$, $\bar{R} = 1{,}75$ e os limites de controle resultaram:

$$LCS = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 5{,}73 + 0{,}73 \times 1{,}75 = 7{,}02$$

$$LCI = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 5{,}73 - 0{,}73 \times 1{,}75 = 4{,}44$$

Na Figura 65, apresenta-se a carta de médias móveis do exemplo anterior.

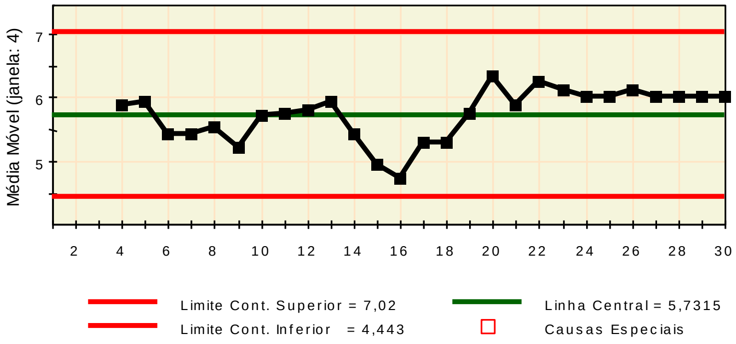


Figura 65 - Carta de controle para média móvel (retirando causas especiais).

Para períodos onde $0 < t < w$, usa-se:

Eq 46 : $LCS = \bar{\bar{x}} + 3\sigma / \sqrt{nt}$

Eq 47 : $LCI = \bar{\bar{x}} - 3\sigma / \sqrt{nt}$

Exercício 9

Calcule os limites de controle e plote a carta de médias móveis (com janela w=4) para os dados do exercício anterior.

Exemplo de carta de controle para médias móveis

Seja um processo com tamanho de amostra $n=8$, $\bar{\bar{x}} = 10{,}0$ e $\sigma = 5{,}66$. Supondo que se deseje construir um gráfico de médias móveis com passo $w=8$ para esses dados.

Na Tabela 23, apresentam-se os primeiros dez valores de viscosidade.

t	$\bar{X}_t$	M_t	LSC	LIC
1	10,5	10,5	16,00	4,00
2	6,0	8,25	14,24	5,76
3	10,0	8,83	13,46	6,54
4	11,0	9,38	13,00	7,00
5	12,5	10,00	12,68	7,32
6	9,5	9,92	12,45	7,55
7	6,0	9,36	12,27	7,73
8	10,0	9,44	12,12	7,88
9	10,5	9,44	12,12	7,88
10	14,5	10,50	12,12	7,88
11	.	.	.	.
12	.	.	.	.
13	.	.	.	.

Tabela 23 - Valores de médias móveis para a viscosidade.

A média móvel de amplitude *w=8* será:

$$M_t = \frac{\bar{x}_t + \bar{x}_{t-1} + ... + \bar{x}_{t-w+1}}{8}$$

Por exemplo, para *t=4*, os limites de controle resultaram*:*

$$LSC = 10 + 3 \times 5{,}66 / \sqrt{8 \times 4} = 13{,}0$$

$$LIC = 10 - 3 \times 5{,}66 / \sqrt{8 \times 4} = 7{,}0$$

E para *t=8*, os limites de controle resultaram:

$$LSC = 10 + 3 \times 5{,}66 / \sqrt{8 \times 8} = 12{,}12$$

$$LIC = 10 - 3 \times 5{,}66 / \sqrt{8 \times 8} = 7{,}88$$

Na Figura 66, apresenta-se a carta de controle de médias móveis da viscosidade.

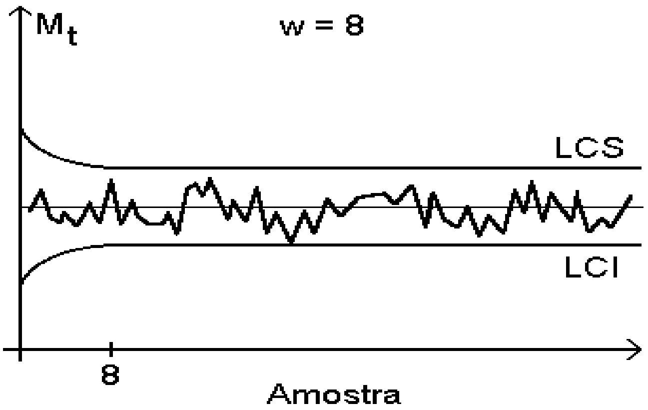


Figura 66 - Exemplo da carta de controle para médias móveis.

ESCOLHA DO TIPO DE CARTA DE CONTROLE

Na Figura 67, apresenta-se um fluxograma que auxilia na escolha do tipo de carta de controle a ser utilizada no monitoramento de variáveis.

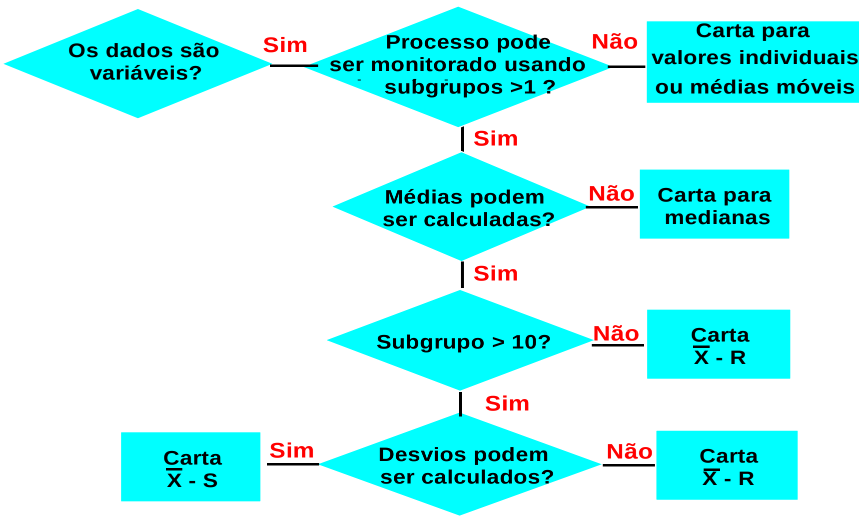


Figura 67 - Fluxograma de apoio para escolha das cartas de controle.

EXERCÍCIOS

Exercício 10

Sabe-se que um processo tem média = 100,0 e variância = 25,7. Encontre a linha central e os limites de controle para as cartas de ***Xbar***, ***R*** e ***s*** baseadas em amostras com n = 10.

Exercício 11

Um processo é avaliado por uma característica de qualidade que se distribui de acordo com a distribuição normal. Depois da análise de 50 subgrupos (n = 4), obteve-se:

$$\sum_{i=1}^{50} \bar{x}_i = 4225 \quad ; \quad \sum_{i=1}^{50} R_i = 432{,}6$$

Calcule os limites de controle para as cartas de Xbar e R

Assumindo que todos os pontos estivessem dentro dos limites de controle, quais seriam os limites naturais de variação do processo ?

Se os limites de especificação fossem 84 ± 10 qual seria sua conclusão a respeito da habilidade do processo em produzir unidades conformes ?

Assumindo que um item acima do limite de especificação superior possa ser retrabalhado, mas um item abaixo do limite de especificação inferior tenha que ser sucateado, qual a estimativa do percentual de retrabalho e sucata atual ?

Exercício 12

3. Um processo é avaliado por uma característica de qualidade que se distribui de acordo com a distribuição normal. Depois da análise de 30 subgrupos (n = 8), obteve-se:

$$\sum_{i=1}^{30} \bar{x}_i = 1539 \quad ; \quad \sum_{i=1}^{30} s_i = 105{,}6$$

Calcule os limites de controle para as cartas de Xbar e s

Assumindo que todos os pontos estivessem dentro dos limites de controle, quais seriam os limites naturais do processo ?

Se os limites de especificação fossem 51,0 ± 10 qual seria sua conclusão a respeito da habilidade do processo em produzir unidades conformes ?

Assumindo que um item acima do limite de especificação superior possa ser retrabalhado, mas um item abaixo do limite de especificação inferior tenha que ser sucateado, qual a estimativa do percentual de retrabalho e sucata atual ?

Exercício 13

Um processo metalúrgico produz peças que são avaliadas por uma característica de qualidade que apresenta distribuição normal com média 25,4 e desvio padrão 1,5. Sabendo-se que a especificação para essa característica é 25,0 ± 4,25 pede-se:

- Qual a estimativa atual da percentagem de não conformes produzidos;

- Onde deveria estar localizada a média do processo para minimizar a percentagem de não conformes ? e qual seria essa percentagem ?
- Calcule a capacidade do processo nos dois casos. Use os índices C_p e C_{pk}.
- Calcule a capacidade do processo caso ele passasse por melhorias e seus parâmetros fossem alterados para: média = 25,0 e desvio-padrão = 1,25.

Exercício 14

Os dados a seguir foram coletados de um processo de manufatura de componentes eletrônicos. A característica de qualidade que está sendo medida é a capacitância, e as amostras são de n = 5.

Amostra	Xbar	R	Amostra	Xbar	R
1	84	3	7	85	11
2	86	4	8	84	3
3	85	2	9	82	4
4	82	7	10	83	4
5	86	4	11	82	5
6	84	3	12	86	3

- Calcule a linha central e os limites de controle para o monitoramento da produção futura;
- Supondo distribuição normal, estime o desvio padrão dessa característica;
- Atualmente, quais são os limites naturais de variação do processo ?
- Qual seria a estimativa atual da percentagem de não conformes produzidos se as especificações forem $83 \pm 4,0$?
- Quais seriam as alternativas para reduzir a fração de não conformes?

Exercício 15

Os dados a seguir são a média e a amplitude medida para amostras de 5 valores da concentração de um reagente químico após passar por um processo de filtragem:

Amostra	Média	Amplitude	Amostra	Média	Amplitude
1	45.4	7	13	44.2	4
2	44.0	6	14	44.5	4
3	47.1	5	15	41.6	3
4	44.9	8	16	41.5	4
5	43.5	4	17	45.0	6
6	41.7	3	18	44.1	5
7	44.0	8	19	42.6	3
8	45.1	4	20	43.8	4
9	43.7	3	21	44.8	9
10	42.8	1	22	43.6	7
11	43.5	2	23	41.9	3
12	44.2	2	24	48.6	8

a) Desenhe as cartas de Xbar e R para este processo. Indique se o processo está sob controle estatístico e, caso necessário, revise o cálculo preliminar dos limites de controle.

b) Se as especificações de concentração forem 45 ± 4, encontre a percentagem de não conformes produzidos por este processo.

Exercício 16

Os dados a seguir representam medições de espessura. Faça um gráfico de controle para média e desvio-padrão e conclua a respeito da estabilidade e capacidade desse processo. As especificações do processo são 20 ± 5.

Subgrupo	Medidas				
1	21	21	19	20	24
2	23	20	26	21	23
3	21	23	17	21	19
4	21	22	25	24	20
5	17	18	20	20	20
6	18	15	20	21	20
7	23	23	23	18	22
8	23	20	14	21	20
9	25	24	24	19	19
10	21	21	25	15	19
11	15	21	19	20	21
12	17	15	16	20	19
13	13	17	17	19	17
14	22	20	18	21	16
15	17	21	8	21	21
16	17	20	21	19	21
17	19	21	22	17	20
18	21	18	20	23	22
19	19	26	20	24	28
20	26	26	25	26	24

Exercício 17

Os dados a seguir foram coletados em um processo químico. A coleta de dados compreendeu um período de uma semana. Os valores anotados representam o PH de uma mistura farmacêutica.

Pede-se:

1. Calcule a média e o desvio padrão do conjunto de 100 valores medidos

2. Calcule a média e o desvio padrão de cada subgrupo

3. Calcule a média das médias dos subgrupos

4. Calcule o desvio padrão das médias dos subgrupos

5. Qual a relação que a média dos valores individuais guarda com a média das médias ?

6. Qual a relação que o desvio padrão dos valores individuais guarda com o desvio padrão das médias ?

7. Se as especificações para esse processo fossem 6,80 ± 0,35 , qual a conclusão que você chegaria a respeito da qualidade atual do processo ? argumente a respeito.

Dia	1	2	3	4	5
1,00	6,920	6,790	6,633	7,121	6,634
2,00	6,993	6,678	6,689	6,908	7,084
3,00	6,613	7,165	6,689	6,893	6,944
4,00	6,648	6,952	6,936	6,971	6,691
5,00	6,577	6,647	6,470	7,104	6,436
6,00	7,002	6,780	6,793	7,188	6,868
7,00	6,826	6,794	7,054	6,859	6,718
8,00	6,921	6,542	6,532	7,033	7,132
9,00	6,699	6,452	7,113	7,157	6,549
10,00	6,730	6,939	6,748	6,945	6,536
11,00	6,719	6,505	6,879	6,621	6,829
12,00	6,624	6,919	6,718	6,965	6,834
13,00	6,678	6,708	6,668	6,696	6,866
14,00	6,834	6,849	6,914	6,556	7,078
15,00	7,121	6,656	6,840	6,795	6,691
16,00	6,798	6,537	6,947	6,609	7,088
17,00	6,760	6,777	6,621	7,019	6,575
18,00	7,007	7,092	7,025	6,601	6,808
19,00	6,601	6,513	6,444	6,755	6,757
20,00	6,719	6,816	6,648	6,857	6,858

Exercício 18

Uma montadora deseja selecionar um fornecedor preferencial para um tipo de componente mecânico. Os dados a seguir representam valores medidos nos processos de três fornecedores potenciais. As especificações para esse processo são 120 ± 5.

A montadora irá usar esse componente por um período de 12 meses. Depois a produção desse componente deve ser descontinuada.

A montadora compra 4 mil componentes por mês, a um preço de R$ 12,00 cada.

Estima-se que uma unidade justo sobre o limite de especificação imponha à sociedade uma perda de R$ 3,00.

Em média, o custo de investigar e eliminar uma causa especial é de R$ 500,00

Fornecedor 1			Fornecedor 2			Fornecedor 3		
118,6	119,6	120,4	123,4	120,2	123,5	122,4	120,8	122,3
120,3	119,7	116,4	122,4	121,5	121,1	120,7	119,7	122,0
120,2	122,3	120,8	120,7	119,8	120,2	122,7	123,0	125,2
119,7	120,2	116,6	121,6	123,1	124,0	120,7	122,0	124,5
119,4	119,0	119,5	122,8	120,3	120,9	121,0	119,8	120,6
120,5	121,7	120,1	122,8	123,4	121,7	123,2	120,0	120,7
121,4	117,3	123,5	122,3	120,4	122,7	121,9	122,0	121,2
121,5	121,4	121,1	123,0	121,8	119,9	121,9	122,3	123,5
122,5	118,1	122,5	119,8	121,0	121,5	121,7	121,7	121,5
119,7	121,4	118,1	121,6	120,3	124,5	121,0	121,7	121,2
118,1	119,4	120,4	120,0	120,3	119,4	121,4	121,6	119,8
117,4	116,4	120,0	123,9	123,4	121,3	122,0	120,6	123,8
119,2	122,3	118,9	122,0	122,2	119,5	122,1	120,5	119,2
121,8	119,4	120,4	122,0	122,6	120,3	121,5	119,8	120,9
115,6	119,4	118,5	121,4	121,8	121,1	119,6	121,2	119,2
118,1	118,0	122,5	121,8	121,7	121,4	120,9	121,5	121,2
122,8	117,0	117,6	122,2	119,6	121,9	122,2	123,2	121,5
116,8	118,1	121,0	123,2	123,0	121,8	121,1	121,2	121,9
119,7	118,5	120,8	123,2	120,9	121,8	123,2	120,1	122,8
120,1	120,8	121,2	122,3	122,9	121,2	122,8	121,6	122,7
123,0	121,7	113,4	124,0	121,5	120,7	120,8	122,0	121,3
118,5	120,9	118,7	122,2	119,5	122,3	120,5	121,3	121,6
118,7	119,1	119,4	122,4	120,3	122,5	119,1	120,0	118,6
120,2	117,8	120,5	123,4	121,9	120,9	123,3	120,3	123,0
122,1	120,8	120,5	120,0	120,5	123,1	122,6	122,2	119,9
119,7	120,0	118,8	123,2	119,8	122,5	119,5	120,5	120,7
122,3	118,1	119,7	123,9	123,5	122,4	121,7	123,9	118,5
117,2	118,5	115,9	120,3	122,6	121,8	121,5	121,7	122,5
122,0	120,1	119,7	120,4	122,5	121,2	120,9	120,6	122,2
121,6	118,7	120,4	123,3	120,9	123,0	120,2	122,5	121,5

3 Carta de Controle para Atributos

José Luis Duarte Ribeiro
Carla ten Caten

Os atributos são características que são comparadas com um certo padrão (especificações) e por isso podem assumir apenas valores discretos (classificação como conforme ou não-conforme, ou uma certa contagem de defeitos), por exemplo: a) existência de manchas ou risco, b) presença de uma etiqueta, c) continuidade de uma costura, d) número de acidentes/hora, e) número de clientes reclamantes, f) número de reclamações/cliente.

Os atributos existem na maioria dos processos técnicos ou administrativos. Portanto, há muitas aplicações para esse tipo de carta de controle. A gerência costuma sumarizar resultados utilizando dados do tipo atributo, por isso, muitas vezes, os dados históricos existentes são do tipo atributo.

Além disso, em geral os atributos não requerem muita especialização para a coleta dos dados. O monitoramento usando atributos pode ser uma etapa intermediária, anterior a monitorização de variáveis.

Os atributos podem ser divididos em: (i) percentual de não-conformes: se referem a contagem do n° de produtos/peças defeituosas (número de não conformes) e segue a distribuição Binomial ($0 < p < 1$) e (ii) taxa de não conformidades: se referem a contagem do n° de defeitos por produto/peça (número de não conformidades) e segue a distribuição de Poisson ($0 < \lambda < \infty$).

Existem quatro tipos de carta de atributos:

a) carta *p* para fração de não-conformes (as amostras podem ser de tamanhos diferentes);

b) carta *np* para número de unidades não-conformes (as amostras devem ter o mesmo tamanho);

c) carta *c* para número de não-conformidades (as amostras devem ser do mesmo tamanho);

d) carta *u* para número de não-conformidades por unidade (as amostras podem ser de tamanhos diferentes).

IMPORTÂNCIA DAS CARTAS DE CONTROLE DE ATRIBUTOS

Atributos existem na maioria dos processos técnicos ou administrativos. Portanto, há muitas aplicações para este tipo de carta. Muitas vezes já existem dados históricos do tipo atributo e em geral não requerem muita especialização para a coleta dos dados.

A gerência costuma sumarizar resultados utilizando dados do tipo atributo. Monitorar atributos pode ser uma etapa intermediária, anterior a monitorização de variáveis.

CARTA *P* PARA FRAÇÃO DE NÃO-CONFORMES

A carta p mede a fração de produtos defeituosos ou produtos não-conformes em uma amostra. O grupo pode ser definido como 100 unidades coletadas duas vezes ao dia ou 80 unidades extraídas de cada lote de produção, etc.

Coleta de dados

Cartas de atributo exigem subgrupos de tamanho considerável (em geral, 50 a 200 unidades ou mais) para serem eficientes na detecção de alterações no processo.

Alguns estatísticos recomendam $n\bar{p} > 5$ para que seja possível uma análise eficiente de padrões. O tamanho dos grupos (n) pode ser variável, mas é mais prático trabalhar com subgrupos de tamanho constante.

A freqüência de amostragem deve fazer sentido em termos de períodos de produção. Por exemplo, 1 amostra a cada lote, ou 1 amostra por turno, ou 1 amostra a cada troca de *setup*, etc.

Cálculo dos limites de controle

Para cada subgrupo, anota-se os valores:

n = número de itens inspecionados
d = número de itens defeituosos (não-conformes)

E então calcula-se:

Eq 48 - fração de não-conformes: p = d / n

A fração média de não-conformes é calculada da seguinte forma:

Eq 49 :
$$\bar{p} = \frac{d_1 + d_2 + \ldots + d_k}{n_1 + n_2 + \ldots + n_k}$$

Eq 50 :
$$\sigma_{p_i} = \sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})} \Big/ \sqrt{n_i}$$

onde d_i é o número de não-conformes no subgrupo i, n_i é o tamanho da amostra do subgrupo i e k é o número de subgrupos.

Esses cálculos devem ser feitos com um número grande de subgrupos, por exemplo, $k > 25$, e em uma situação de processo sob controle.

Os limites de controle são calculados da seguinte forma:

Eq 51 :
$$LCS = \bar{p} + 3\sigma_{pi}$$

Eq 52 :
$$LCI = \bar{p} - 3\sigma_{pi}$$

Se o limite inferior resultar negativo, então ele deve ser fixado em zero.

Se o tamanho dos subgrupos for variável, o desvio-padrão é variável e por conseqüência, os limites de controle também, gerando uma carta com limites de controle de forma dentada.

Se a diferença nos tamanhos de amostras for pequena (< 25%), pode-se usar a média dos tamanhos de amostras. Dessa forma, o desvio-padrão será calculando usando-se:

Eq 53 : $$\sigma_p = \sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})} \Big/ \sqrt{n}$$

Interpretação da estabilidade do processo

A presença de um ou mais pontos fora dos limites de controle é uma evidência de instabilidade do processo.

Se o processo está em controle estatístico, a probabilidade de um ponto fora dos limites de controle é muito pequena, de forma que, caso isso aconteça, deve-se assumir a presença de causas especiais.

Um ponto acima do limite de controle superior (*LCS*) indica que o processo piorou. Um ponto abaixo do limite de controle inferior (*LCI*) indica uma melhora no processo. Ambos devem ser investigados, pois são causas não naturais ao processo.

Vale ressaltar que antes de disparar a investigação, deve-se verificar se o ponto não foi mal plotado ou se não há um problema no sistema de medição.

Padrões e Corridas

Mesmo com todos os pontos dentro dos limites de controle, podem haver evidências de que o processo sofreu alteração. As seguintes constatações indicam alterações no processo (válidas para $n\bar{p} > 9$):

a) sete pontos em seqüência acima (ou abaixo) da linha central;

b) sete pontos em seqüência ascendente (ou descendente).

As corridas ascendentes ou corridas acima da média indicam que o desempenho do processo piorou. As corridas descendentes ou corridas abaixo da média indicam que o processo melhorou.

Detecção e correção de causas especiais

Quando um resultado fora do controle é identificado, o processo deve ser estudado para determinar a causa. No caso de pontos acima do limite de controle superior, a causa deve ser corrigida e as ações devem ser tais que impeçam a sua recorrência. No caso de pontos abaixo do limite inferior, as causas devem ser padronizadas, pois representam uma melhora no processo.

Para o estudo das causas especiais, a análise de Pareto e diagramas de causa e efeito são recomendados.

Reavaliação dos limites de controle

Se ações de melhoria estão sendo tomadas, o processo deve apresentar um desempenho mais consistente, com redução da fração média de não--conformes. Assim, periodicamente os limites de controle devem ser reavaliados e, sempre que houver evidência para tanto, estreitados. Esse enfoque dinâmico mantém as cartas de controle atualizadas e eficazes na tarefa de continuar revelando fontes de variabilidade.

Interpretação da capacidade do processo

Após a identificação e eliminação das causas especiais, o processo pode ser avaliado em relação a sua capacidade.

No caso de atributos, a capacidade é em geral expressa como o percentual (%) de produtos conformes que o processo produz, ou seja, *Eq 54* : Capacidade = (1 - $\bar{p}$) x 100

Assim, se um processo tem $\bar{p}$ = *0,031*, sua capacidade será:

Capacidade = (1 - 0,031) x 100 = 96,9%

Essa capacidade deve ser comparada com as expectativas e metas gerenciais. Caso ela não seja satisfatória, a gerência deve agir sobre o sistema (causas comuns).

Alternativamente, o percentual de não-conformes pode ser comparado com as expectativas e metas gerenciais, gerando um índice de capacidade C_p, dado por:

Eq 55 : $$C_p = \frac{p_{meta}}{\bar{p}}$$

Caso C_p < 1, a gerência deve agir sobre o sistema. A ação sobre as causas comuns é mais difícil e, em geral, irá envolver o estudo de variáveis, e o uso de técnicas estatísticas como projeto de experimentos ou análise multivariada.

Exemplo da carta de controle para fração de não--conformes *p*

Os dados da Tabela 24 representam o número de eixos defeituosos de um certo modelo de motor. As medições foram feitas a partir de lotes de 80 unidades.

Tabela 24 - Dados do exemplo da carta p.

Lote	***n***	d_i	p_i	**Lote**	***n***	d_i	p_i	**Lote**	***n***	d_i	p_i
1	80	9	0,112	11	80	18	0,225	21	80	25	0,313
2	80	11	0,138	12	80	13	0,163	22	80	16	0,200
3	80	5	0,063	13	80	23	0,287	23	80	10	0,125
4	80	8	0,100	14	80	9	0,113	24	80	13	0,163
5	80	17	0,213	15	80	11	0,137	25	80	8	0,100
6	80	10	0,125	16	80	6	0,075	26	80	14	0,175
7	80	15	0,188	17	80	14	0,175	27	80	10	0,125
8	80	11	0,137	18	80	12	0,150	28	80	7	0,088
9	80	6	0,075	19	80	21	0,263	29	80	13	0,163
10	80	7	0,087	20	80	19	0,238	30	80	16	0,200

Inicialmente, calcula-se $\bar{p}$ e σ:

$$\bar{p} = \sum d_i / \sum n_i = 377/2400 = 0{,}157$$

$$\sigma_p = \sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})} / \sqrt{n_i} = \sqrt{0{,}157(1-0{,}157)} / \sqrt{80} = 0{,}0407$$

E logo após os limites de controle:

$$LCS = \bar{p} + 3\sigma_p = \text{ 0,157 + 3 x 0,0407 = 0,279}$$

$LCI = \overline{p} - 3\sigma_p$ $= 0{,}157 + 3 \text{ x } 0{,}0407 = 0{,}035$

Como o processo apresentou duas causas especiais, deve-se recalcular os limites de controle eliminando as amostras 13 e 21. Conhecendo-se $\overline{p} = 0{,}147$ e $\sigma_p = 0{,}0396$, os limites de controle para a fração de não-conformes resultam:

LCS = 0,147 + 3 x 0,0396 = 0,266

LCI = 0,147 - 3 x 0,0396 = 0,028

Na Figura 68, apresenta-se um exemplo de carta para fração de não-conformes.

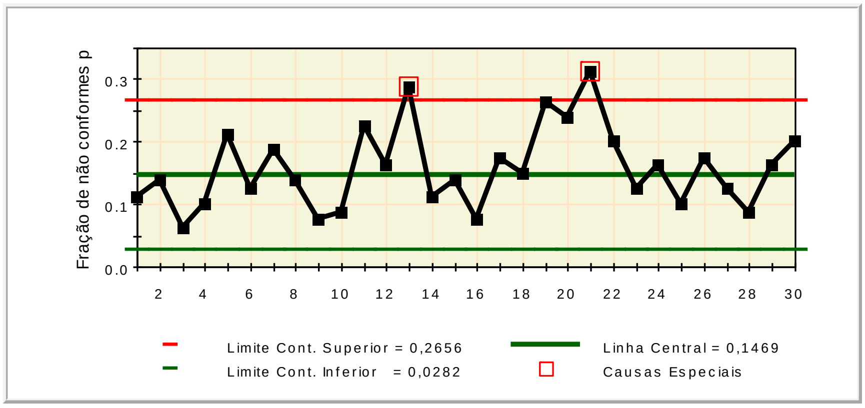


Figura 68 - Carta p *para o exemplo dos eixos defeituosos (retirando causas especiais).*

Exercício 19

Os dados a seguir representam o número de não conformes observados após um processo de montagem (amostras com n = 120). Construa uma carta p (fração de não conformes) para estes dados. Caso algum ponto caia fora dos limites, considere que isso se deve a presença de causas especiais e revise os limites de controle. Considerando que a expectativa gerencial é de $p = 3\ \%$, conclua a respeito da capacidade do processo.

Amostra	d (np)	Tam amostra
1	6	120
2	4	120
3	2	120
4	2	120
5	1	120
6	2	120
7	5	120
8	0	120
9	8	120
10	3	120
11	3	120
12	2	120
13	1	120
14	2	120
15	3	120
16	5	120
17	4	120
18	1	120
19	2	120
20	4	120

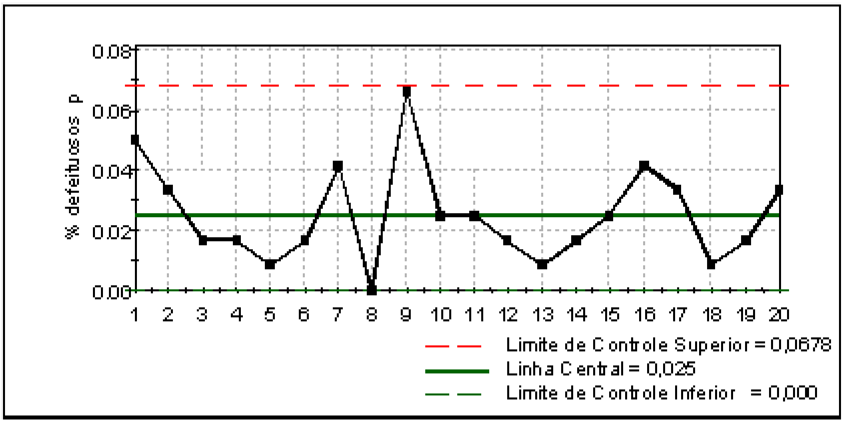
Resolução

$$\bar{p} = \sum d_i / \sum n_i = \frac{60}{20 \times 120} = 0{,}025$$

$$\sigma_p = \sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})} / \sqrt{n_i} = \sqrt{0{,}025(1-0{,}025)} \big/ \sqrt{120} = 0{,}0143$$

$$LCS = \bar{p} + 3\sigma \quad = 0{,}025 + 3 \times 0{,}0143 = 0{,}0678$$
$$LCI = \bar{p} - 3\sigma \quad = 0{,}025 - 3 \times 0{,}0143 = -0{,}017 = 0{,}00$$

Carta p para o exercício 19



Exercício 20

Os dados a seguir se referem ao número de sapatos defeituosos, observados em diversas amostras. A gerência admite no máximo 5% de sapato defeituosos.

a) Analise os dados e conclua a respeito da estabilidade e da capacidade do processo

Amostra	N	D	Amostra	N	D
1	100	5	16	80	3
2	100	3	17	80	9
3	80	2	18	100	3
4	80	4	19	100	3
5	110	1	20	100	5
6	110	5	21	100	2
7	110	3	22	100	6
8	100	7	23	120	2
9	100	5	24	120	3
10	100	6	25	120	2
11	100	3	26	100	2
12	120	2	27	100	4
13	80	4	28	120	3
14	80	2	29	120	6
15	80	5	30	80	2

CARTA *NP* PARA NÚMERO DE NÃO-CONFORMES

A carta *np* segue a mesma lógica da carta *p*, mas agora, ao invés da fração de não-conformes, monitora-se o número de não-conformes.

A carta *np* é mais apropriada quando: a) o número de não-conformes tem um maior significado e b) o tamanho dos subgrupos é sempre o mesmo (constante).

Coleta de dados

Como o monitoramento é realizado utilizando-se número de defeituosos, deve-se especificar o tamanho da amostra constante, ou seja, número de unidades a serem inspecionadas a cada amostra. Então, anota-se o número de não-conformes verificado em cada amostra.

Cálculo dos limites de controle

Inicialmente calcula-se o número médio de não-conformes e o desvio--padrão:

Eq 56 : $$n\bar{p} = \frac{d_1 + d_2 + ... + d_k}{k}$$

Eq 57 : $$\sigma_{np} = \sqrt{n\bar{p}(1 - \bar{p})}$$

onde:
d_i é o número de não-conformes no subgrupo i;
k é o número de subgrupos.

Os limites de controle para o número de não-conformes são calculados pelas seguintes equações:

Eq 58 : $$LCS = n\bar{p} + 3\sigma_{np}$$

Eq 59 : $$LCI = n\bar{p} - 3\sigma_{np}$$

Exemplo da carta de controle para número de não-conformes *np*

Os dados da Tabela 25 representam o número peças defeituosas observadas em lotes de 200 unidades de um certo modelo de peça plástica injetada.

Tabela 25 - Dados do exemplo da carta np.

Lote	*d*	Lote	*d*	Lote	*d*	Lote	*d*
1	7	6	12	11	8	16	6
2	13	7	6	12	7	17	10
3	15	8	11	13	12	18	16
4	9	9	6	14	5	19	14
5	7	10	8	15	15	20	6

Inicialmente, calcula-se $n\bar{p}$ e σ_{np}:

$$n\bar{p} = \sum d / k = 193/20 = 9,65$$

$$\sigma_{np} = \sqrt{n\bar{p}(1 - \bar{p})} = \sqrt{9,65(1 - 0,04825)} = 3,03$$

E logo após, os limites de controle para o número de não-conformes:

$$LCS = n\bar{p} + 3\sigma_{np} = 9{,}65 + 3 \times 3{,}03 = 18{,}74$$

$$LCI = n\bar{p} - 3\sigma_{np} = 9{,}65 - 3 \times 3{,}03 = 0{,}56$$

Na Figura 69 apresenta-se um exemplo de carta para número de não--conformes.

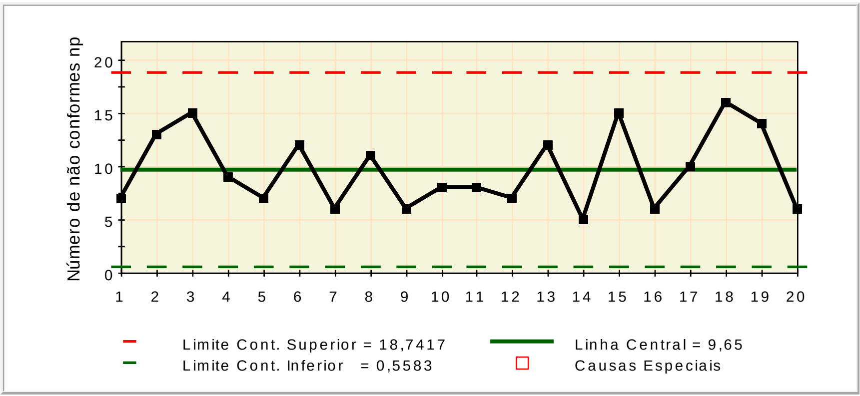


Figura 69 - Carta np *para o exemplo das peças plásticas.*

Na Figura 70 apresenta-se a carta de controle *p* equivalente a *np*. Como se pode verificar, o comportamento da carta é o mesmo, mudando apenas a escala vertical das cartas de controle.

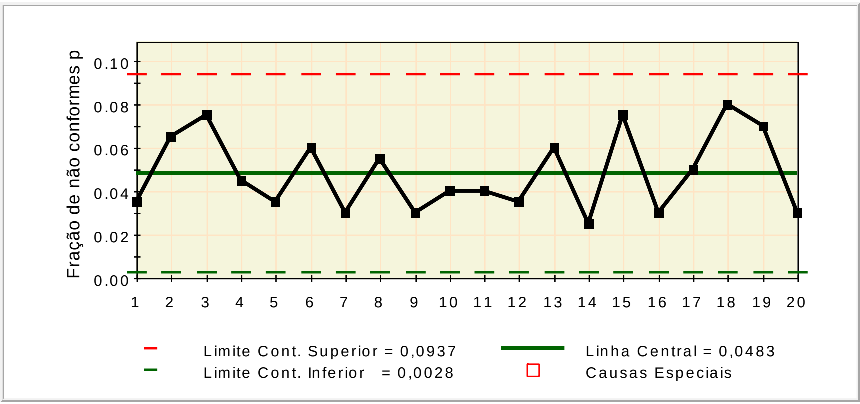


Figura 70 - Carta p *(equivalente a* np*) para o exemplo das peças plásticas.*

Exercício 21

Os dados a seguir representam o número de carrocerias defeituosas em amostras de tamanho 20. Baseado nesses dados responda:

Se uma carta *np* fosse estabelecida, o que você indicaria como linha central e limites de controle ?

Se a gerência admite no máximo 4 carrocerias defeituosas por amostra, o que você concluiria a respeito da capacidade do processo ?

Dia	Defeituosos	Dia	Defeituosos	Dia	Defeituosos	Dia	Defeituosos
1	3	5	12	9	6	13	5
2	4	6	7	10	3	14	3
3	9	7	4	11	7	15	4
4	6	8	3	12	4	16	7

CARTA *C* PARA NÚMERO DE NÃO-

A carta *c* monitora o número de não-conformidades (defeitos) verificados em um grupo. É importante não confundir os termos não-

-CONFORMIDADES

conforme e não-conformidade:

a) não-conforme refere-se ao produto defeituoso (carta p ou carta np) – Distribuição Binomial;

b) não-conformidades refere-se a defeitos em um produto (carta c ou carta u) – Distribuição de Poisson.

A carta *c* é mais apropriada quando: a) os defeitos estão dispersos em um meio contínuo, como por exemplo: número de falhas por área de tecido, número de imperfeições por comprimento de pavimento e b) um produto pode apresentar mais de um tipo de defeito.

Coleta de dados

Como o monitoramento é realizado considerando o número de defeitos, deve-se especificar o tamanho da amostra constante, ou seja, o número de unidades, ou a área em m^2 ou o comprimento em m analisado a cada amostra. Então anota-se o número de não-conformidades verificado em cada amostra.

Cálculo dos limites de controle

Inicialmente, calcula-se o número médio de não-conformidades:

Eq 60 : $$\bar{c} = \frac{c_1 + c_2 + ... + c_k}{k}$$

Eq 61 : $$\sigma_c = \sqrt{\bar{c}}$$

onde:
c_i é o número de não-conformidades na amostra i ;
k é o número de subgrupos.

E após calcula-se os limites de controle para o número de não-conformidades:

Eq 62 : $$LCS = \bar{c} + 3\sigma_c$$

Eq 63 : $$LCI = \bar{c} - 3\sigma_c$$

Exemplo da carta de controle para número de não-conformidades c

Os dados da Tabela 26 representam o número de defeitos de pintura (não-conformidades) observados na pintura da lataria de ônibus.

Tabela 26 - Dados do exemplo da carta c.

lataria	***c***	**lataria**	***c***	**lataria**	***c***	**lataria**	***c***
1	4	6	12	11	1	16	6
2	0	7	9	12	7	17	17
3	8	8	5	13	5	18	13
4	14	9	9	14	15	19	8
5	4	10	21	15	4	20	11

Inicialmente, calcula-se o número médio de não-conformes:

$$\bar{c} = \sum c_i / k = 173/20 = 8{,}65$$

$$\sigma = \sqrt{\bar{c}} = \sqrt{8{,}65} = 2{,}94$$

E, logo após, os limites de controle para o número de não--conformidades:

$$LCS = \bar{c} + 3\sigma_c = 8{,}65 + 3 \text{ x } 2{,}94 = 17{,}47$$

$$LCI = \bar{c} - 3\sigma_c = 8{,}65 - 3 \text{ x } 2{,}94 = 0{,}00$$

Como o processo apresentou uma causa especial, deve-se recalcular os limites de controle eliminando a amostra 10 .

$$LCS = \bar{c} + 3\sigma_c = 16{,}48$$

$$LCI = \bar{c} - 3\sigma_c = 0{,}00$$

Na Figura 71, apresenta-se um exemplo de carta para número de não-conformidades.

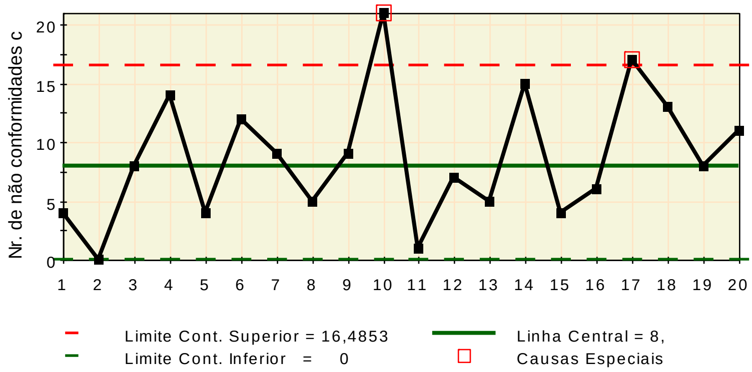


Figura 71 - Carta c *para o exemplo do número de defeitos de pintura.*

Exercício 22

Uma montadora de automóveis deseja controlar o número de não conformidades observadas no setor de montagem do painel de controle. Plote uma carta c para o número de não conformidades

(a) O processo está sob controle? em caso negativo, recalcule a linha central e os limites de controle.

(b) O processo é capaz? Considere que a gerência admite no máximo 4 defeitos por amostra.

Dados

Painel	Defeitos	Painel	Defeitos	Painel	Defeitos	Painel	Defeitos
1	2	6	3	11	2	16	2
2	3	7	1	12	0	17	5
3	5	8	2	13	3	18	3
4	4	9	8	14	4	19	4
5	1	10	1	15	2	20	1

CARTA *U* PARA NÚMERO DE NÃO-

A carta u monitora o número de não-conformidades por unidade produzida. É similar a carta c, exceto que o número de não-

CONFORMIDADES POR UNIDADE

conformidade é expresso em relação a cada unidade (divide pelo tamanho do lote n).

A carta u é útil quando a amostra contém mais de uma unidade (o valor de u tem um significado mais facilmente apreendido), e quando o tamanho da amostra varia.

Coleta de dados

As amostras não precisam ter o mesmo tamanho (mas se esse for o caso, os cálculos ficam facilitados). Conta-se o número de não-conformidades (c) da amostra e registra-se:

Eq 64 : u = c/n

Cálculo dos limites de controle

Inicialmente, calcula-se o número médio de não-conformidades por unidade:

Eq 65 : $$\bar{u} = \frac{\sum c}{\sum n} = \frac{c_1 + c_2 + ... + c_k}{n_1 + n_2 + ... + n_k}$$

Eq 66 : $$\sigma_{u\,i} = \sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$$

onde:
c_i é o número de não-conformidades na amostra i;
n_i é o tamanho da amostra i e k é o número de subgrupos.

Em seguida, os limites de controle para o número de não-conformidades por unidade são calculados como:

Eq 67 : $$LCS = \bar{u} + 3\sigma_{u\,i}$$

Eq 68 : $$LCI = \bar{u} - 3\sigma_{ui}$$

Se houver diferenças nos tamanhos de subgrupo, também haverá diferenças nos limites de controle, que irão aparecer como uma linha dentada.

Se a diferença nos tamanhos de amostras for pequena (<25%), pode-se usar a média dos tamanhos de amostras. Dessa forma, o desvio-padrão será calculado, usando-se:

Eq 69 : $$\sigma_u = \sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}}$$

Exemplo da carta de controle para número de não-conformidades por unidade *u*

Os dados a seguir representam o número de defeitos superficiais observados em sapatos.

Tabela 27 - Dados do exemplo da carta u.

Lote	nº de unidades	nº de não-conformidades	nº de não-conformidades por unidade (*u*)
1	10	13	1,30

2	10	11	1,10
3	10	8	0,80
4	12	20	1,67
5	12	15	1,25
6	10	10	1,00
7	10	13	1,30
8	12	19	1,58
9	8	15	1,88
10	8	9	1,13
Soma	**102**	**133**	

Inicialmente, calcula-se $\bar{u}$ e σ_u, de acordo com:

$$\bar{n}_i = \sum n / k = 102/10 = 10{,}2$$

$$\bar{u} = \frac{\sum c}{\sum n} = 133/102 = 1{,}304$$

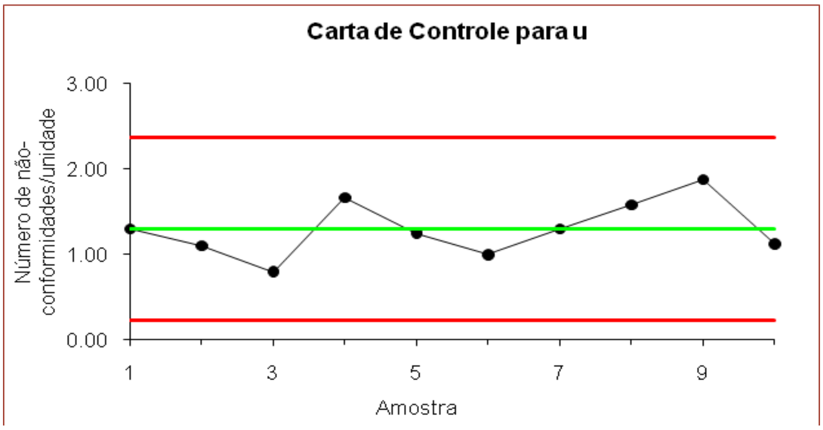
$$\sigma_u = \sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}} = \sqrt{1{,}304 / 10{,}2} = 0{,}357 \text{ (ou variável)}$$

E logo após, calcula-se os limites de controle para o número de não-conformidades por unidade:

$$LCS = \bar{u} + 3\sigma_u = 1{,}304 + 3 \text{ x } 0{,}357 = 2{,}376 \text{ (ou variável)}$$

$$LCI = \bar{u} - 3\sigma_u = 1{,}304 - 3 \text{ x } 0{,}357 = 0{,}231 \text{ (ou variável)}$$

Na Figura 72, apresenta-se um exemplo de carta para número de não-conformidades por unidade utilizando-se n médio e n variável.



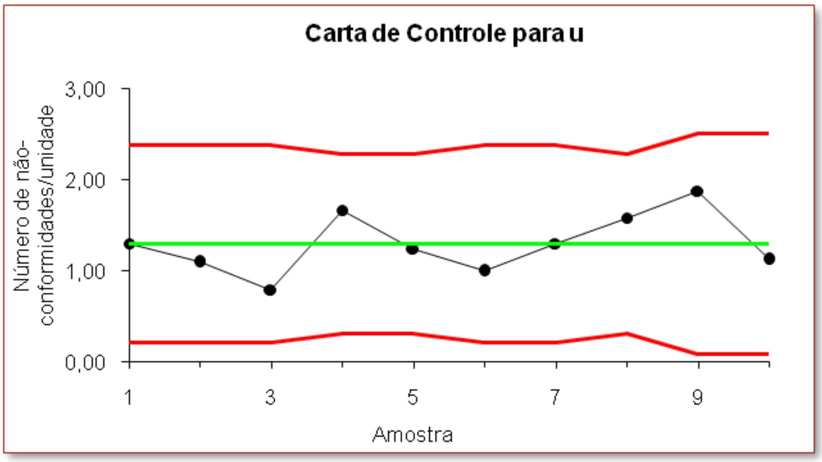


Figura 72 - Carta u *para o exemplo do número de defeitos superficiais por unidade.*

Exercício 23

Uma fábrica de móveis deseja controlar o número de não conformidades em escrivaninhas destinadas ao uso comercial. Plote uma carta *u* para o número de não conformidades por escrivaninha:

(a) Conclua a respeito do controle estatístico do processo

(b)Se as metas gerenciais fossem 5 defeitos por escrivaninha, o processo seria capaz?

Pedido	No. de Escrivaninhas	Defeitos	Pedido	No. de Escrivaninhas	Defeitos
1	6	12	9	20	65
2	10	32	10	10	29
3	12	25	11	12	41
4	6	19	12	6	15
5	5	21	13	5	10
6	12	27	14	10	35
7	20	72	15	10	24
8	5	18			

Exercício 24

Historicamente, um processo de produção de artefatos cerâmicos para a construção civil apresenta um percentual de defeituosos de 3,5%. Em um esforço conjunto, um engenheiro civil e um engenheiro químico estão tentando melhorar o processo.

Plote uma carta de controle e analise os dados a seguir (inspeção do núm. de defeituosos em amostras c/ n=300) comentando qual o melhor ajuste de pressão e temperatura.

(A) 10 11 17 15 7 11 12 5 12 16 9 18

(B) 10 3 4 8 3 10 2 4 9 8 7 10

(C) 8 16 11 17 9 22 16 16 19 12 22 17

Historicamente o processo foi operado c/ pres=200 e temp=600

(A) Processo operado com pressão = 250 e temp = 700

(B) Processo operado com pressão = 250 e temp = 600

(C) Processo operado com pressão = 200 e temp = 700

ESCOLHA DO TIPO DE CARTA DE CONTROLE

Na Figura 73, apresenta-se um fluxograma que auxilia na escolha do tipo de carta de controle a ser utilizada no monitoramento de atributos.

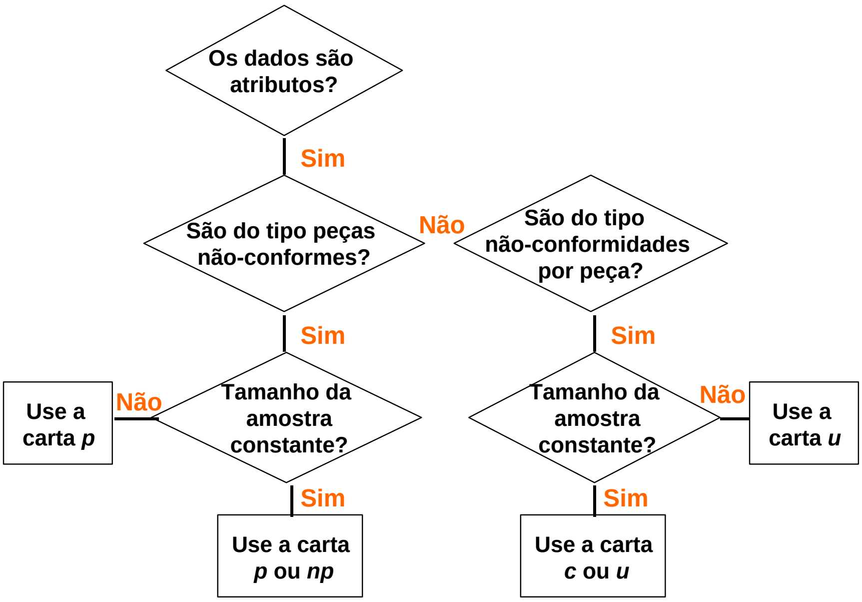


Figura 73 - Fluxograma de apoio para escolha das cartas de controle.

EXERCÍCIOS

Exercício 25

Os dados a seguir representam o resultado da inspeção de 10 amostras de lotes com tamanho variável. Construa uma carta ***p*** para estes dados e conclua a respeito do controle do processo.

Amostra	tamanho	não conf.	p	Amostra	tamanho	não conf.	p
1	95	6		6	85	5	
2	100	1		7	100	3	
3	85	5		8	100	2	
4	90	9		9	100	5	
5	90	3		10	90	4	

Exercício 26

Para uma amostra de 100 unidades, com uma fração de defeituosos de 0,05 :

Qual é o número de não conformes e qual é o percentual de não conformes ?

Qual é o desvio padrão da distribuição binomial para 10 amostras de 100 unidades e $\overline{p}$ = 0,05 ?

Exercício 27

A inspeção de diversos lotes de 150 unidades indicou que o número médio de não conformes é igual a 6.8. Determine os limites de controle para a carta ***np***.

Exercício 28

Construa uma carta ***np*** para os dados do exercício 25.

Exercício 29

Em relação as cartas ***c***:

Quando elas são usadas ? de alguns exemplos;

Qual é a distribuição de probabilidade que é a base para as cartas ***c*** ?

Qual é a fórmula para o desvio padrão dessa distribuição ?

Exercício 30

Uma montadora deseja controlar o número de não conformidades observadas no setor de soldagem da carcaça. Os dados observados foram os seguintes

Amostra	No. de Carcaças	Defeitos	Amostra	No. de Carcaças	Defeitos
1	6	30	9	6	21
2	4	25	10	6	15
3	6	12	11	5	28
4	6	18	12	5	13
5	4	22	13	5	12
6	4	15	14	4	22
7	5	26	15	6	25
8	6	32	16	6	21

Plote uma carta ***u*** para o número de não conformidades por carcaça

Conclua a respeito da estabilidade e capacidade de processo.

Exercício 31

Em relação ao exercício 9, suponha que a unidade de inspeção seja redefinida como *5 unidades*. Construa a carta de controle adequada para o monitoramento da produção futura.

Exercício 32

Os dados a seguir representam o número de não conformes observados em 16 lotes de um certo produto. Plote uma carta ***p*** e conclua a respeito do controle do processo. Se as metas gerenciais fossem p = 1%, comente a respeito da capabilidade desse processo.

Lote	n	Defeituosos		Lote	n	Defeituosos	
1	330	4		9	330	5	
2	330	2		10	880	18	
3	640	4		11	880	7	
4	550	6		12	800	8	
5	550	9		13	550	7	
6	640	9		14	880	15	
7	640	12		15	880	3	
8	200	7		16	330	5	

Exercício 33

A partir de amostras de 90 unidades, no período de 01 a 30 de junho, foram obtidos os seguintes resultados de número de defeituosos em um processo industrial:

Dia	D	Dia	D	Dia	D	Dia	D	Dia	D	Dia	D
1	9	6	7	11	3	16	15	21	2	26	16
2	10	7	3	12	12	17	13	22	12	27	8
3	8	8	6	13	9	18	6	23	9	28	3
4	13	9	7	14	14	19	15	24	17	29	2
5	8	10	14	15	9	20	10	25	14	30	12

a) Construa uma carta de controle **p** ou **np**, plote os dados e indique se o processo está em controle estatístico.

Supondo que a meta gerencial seja atingir um percentual de não-conformes inferior a 10%, conclua a respeito da capacidade do processo.

Exercício 34

Uma empresa moveleira deseja controlar o número de não conformidade observadas no setor de estofados. Os dados observados revelaram o seguinte:

Pedido	No. de Estofados	Defeitos	Pedido	No. de Estofados	Defeitos
1	7	23	9	7	31
2	7	16	10	5	24
3	6	29	11	7	12
4	6	13	12	7	18
5	6	11	13	5	20
6	5	20	14	5	15
7	7	26	15	6	27
8	7	19	16	7	31

Exercício 35

Os dados a seguir se referem ao número de defeitos observados em diversas amostras de sapatos. A gerência admite no máximo 0,5 defeitos por sapato. Analise os dados e conclua a respeito da estabilidade e da capacidade do processo.

Amst	N	Costura	Marcas	Cor	Num	Riscos	Total
1	10	1	2	3			
2	7	1		2	2	1	
3	7			2			
4	7			1	1		
5	10	2	2	1	1		
6	10	1					
7	10	2		3	2		
8	12			3			
9	12	1		1			
10	8	1	1	2	1	1	
11	8			2			
12	8		2	1			
13	8	1	1	4	3	3	
14	10	2		1			
15	10		2	2			
16	7	1					
17	7				1	1	
18	12	3	1	1			
19	12	1	1	2			
20	12		1	1	1	1	

Exercício 36

Em relação ao exercício 35, suponha que a unidade de inspeção seja redefinida como 5 unidades. Construa a carta de controle adequada para o monitoramento da produção futura.

Plote uma carta u para o número de não-conformidades por estofado;

O processo parece estar sob controle estatístico ?

Se as metas gerenciais fossem 6 defeitos por estofado, o processo seria capaz?

Exercício 37

Uma empresa moveleira deseja controlar o númro de não conformidades observadas no setor de estofados. Os dados observados estão abaixo.

(a) Plote a carta u para o número de não conformidades;

(b) O processo parece estar sob controle estátistico?

(c) Se as metas gerenciais fosse 6 defeitos por estofados, o processo seria capaz?

Pedido	No. Est.	Defeitos	Pedido	No. Est.	Defeitos
1	7	23	9	7	31
2	7	16	10	5	24
3	6	29	11	7	12
4	6	13	12	7	18
5	6	11	13	5	20
6	5	20	14	5	15
7	7	26	15	6	27
8	7	19	16	7	31

4 A Função de Perda Quadrática

José Luis Duarte Ribeiro
Carla ten Caten

ABORDAGEM TRADICIONAL X ABORDAGEM DE TAGUCHI

A abordagem tradicional de qualidade está fortemente vinculada com a idéia de atender às especificações. Sob esse enfoque, se um produto atende às especificações ele possui boa qualidade, caso contrário, ele é um produto defeituoso.

"Atendimento às especificações e adequação do produto ao uso."

Taguchi redefiniu qualidade de uma maneira completamente diversa. Para Taguchi, a qualidade, ou melhor a falta de qualidade, pode ser avaliada através da:

"*Perda imposta por um produto à sociedade."*

"*Atingir o alvo com a menor variabilidade possível."*

Onde sociedade é um termo abrangente, que inclui Fabricante, Consumidor e todo o restante da população. Assim, o objetivo é minimizar as perdas impostas a este conjunto.

As perdas devido à má qualidade podem ser de três tipos:

1º: O fabricante perde: sucata, retrabalho, perda de fatia de mercado, etc.

2º: O cliente perde: insatisfação em relação ao desempenho do produto, indisponibilidade do produto, perda de tempo.

3º: Perdas mútuas: gastos adicionais com reposição ou reparo do produto.

Na verdade, sempre que ocorre má qualidade, todos perdem; e, em todos os casos, a perda pode ser expressa em unidades monetárias.

Ou seja, há um custo associado à má qualidade, e é importante considerar esse custo em todas as decisões gerenciais.

Exercício 38

Imagine que você compra um cartucho de *tonner* para a sua impressora, mas ele não funciona (a tinta está ressequida e inutilizada). Mostre que você perde com isso, o fabricante perde e a sociedade como um todo também perde. A seguir, estime a perda que você experimenta em termos monetários.

A FUNÇÃO DE PERDA E O CONTROLE DO

A abordagem tradicional do controle do processo é considerar todas as unidades fabricadas dentro dos limites de especificação como boas, e

PROCESSO

aquelas fabricadas fora dos limites como defeituosas.

A abordagem proposta por Taguchi é usar a função de perda para avaliar o processo. A seguir vamos ver a formulação matemática deste problema.

Formulação matemática

A função de perda é empregada para quantificar a perda que um produto impõem à sociedade pela falta de qualidade.

Em muitos caso, essa perda resulta aproximadamente proporcional ao quadrado do desvio da meta estabelecida para uma certa característica de qualidade, ou seja:

Eq 70 : $L_i = k(y_i - m)^2$

onde:

L_i é a perda financeira, associada com o desvio da meta, para a unidade i;

y_i é o valor medido na unidade i para a característica de qualidade em estudo;

m é a meta para a respectiva característica de qualidade;

k é o coeficiente de perda da qualidade, que converte o desvio do alvo em R$.

A função quadrática é muito simples. Assim, para se determinar o valor de k, basta que se conheça a perda associada a um certo valor da característica de qualidade y.

É comum usar o custo de reparo ou substituição para determinar o valor de k

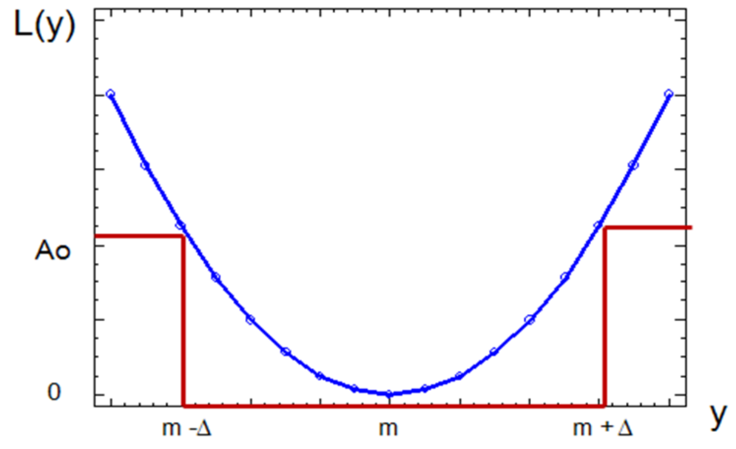


Figura 74 - Comparação entre a estimativa de perdas usando a abordagem tradicional e usando a função de perda

DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE PERDA

$k = A_o / \Delta^2$

onde:
Ao é o custo de reparo ou substituição do produto;
Δ é o desvio da meta que exigiria reparo ou substituição.

Exercício 39

Uma empresa fabrica um tipo de bateria que deve gerar uma voltagem de saída de 12 volts. Se a voltagem se afasta mais de 2 volts do valor nominal, será necessário realizar um concerto ao custo de R$ 25,00. Calcule o valor da constante k, para ser usada na fórmula da função de perda e em seguida, avalie a perda associada a uma unidade que está gerando 11 volts.

.

Exercício 40

Em relação aos dados do exercício 39, plote a função de perda para diversos valores de voltagem.

VANTAGENS DA FUNÇÃO DE PERDA

Na concepção clássica, os procedimentos de melhoria terminam quando se atinge a condição de produzir todas as unidades dentro das especificações.

Na ótica da função de perda, os procedimentos de melhoria irão continuar até que se atinja a perfeição, ou seja, processo exatamente centrado e com variabilidade zero.

O uso da função de perda implica uma filosofia de melhoria contínua da qualidade.

CÁLCULO DA PERDA PARA UM LOTE DE PRODUTOS

A perda média por unidade para um lote de produtos virá dada por:

Eq 71 : $$L = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} k(y_i - m)^2$$

Eq 72 : $$L = k\{\frac{\sum y_i^2}{n} - \frac{2m\sum y_i}{n} + \frac{\sum m^2}{n}\}$$

Somando e subtraindo $(\sum y_i / n)^2$, obtemos:

Eq 73 : $$L = k\{(\bar{y} - m)^2 + s^2\}$$

Ou seja, conhecidos k e m (coeficiente de perda e meta), basta computar a média e o desvio-padrão de um lote para estimar a perda média por unidade.

A equação acima deixa claro que há duas parcelas que contribuem para a perda de qualidade:

$(\bar{y} - m) \rightarrow$ Desvio da meta

S $\rightarrow$ Dispersão (falta de homogeneidade)

Em geral, é muito mais fácil corrigir desvios da meta do que dispersão.

Exercício 41

Os dados a seguir referem-se o peso específico do produto. O valor nominal (meta) para o peso específico é 30 g/cm3. Sabendo que k = 0,25 R$/(g/cm3), calcule a perda unitária média para as unidades

29,2	29,6	29,7	29,9	30,0	30,1
30,3	30,3	30,4	30,6	30,8	31,2

Exercício 42

Em relação aos dados do exercício 41, calcule a contribuição percentual de cada parcela (desvio do alvo e variabilidade) para a perda total. Caso o processo estivesse centrado, qual seria a estimativa da perda média unitária para esse processo ? E qual seria a redução percentual nos custos da má qualidade ?

ANÁLISE DOS PROBLEMAS DE QUALIDADE

Uma estatística simples que revela a natureza dos problemas de qualidade é a seguinte:

Eq 74 :
$$Q = \frac{(\bar{y} - m)}{s}$$

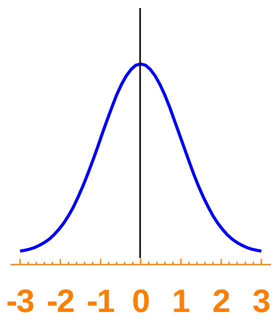
Se Q for maior que 1, a perda devido ao desvio da meta é preponderante e, provavelmente, será possível efetuar uma melhora significativa no processo com facilidade.

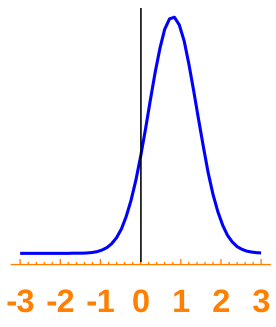
Se Q for próximo de zero, o processo já está centrado e os problemas de qualidade são basicamente devidos à dispersão. Esse caso é mais difícil de resolver e, em geral, irá exigir ação sobre as causas comuns (ação sobre o sistema).

Como exemplo, sejam dois processos com m = 0 e S = 1:

Processo 1: y bar=0,0 s = 1,0

Processo 2 :y bar=0,8 s = 0,6





Ambos os processos têm a mesma perda unitária média;contudo, deve ser mais fácil atuar sobre (e melhorar) o processo 2.

Exercício 43

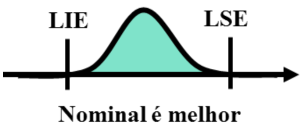
Os dados a seguir foram obtidos em um processo de pintura em túnel, onde a espessura da camada deve ser de 0,4mm (ocorrem problemas se a espessura for muito fina ou muito grossa). Sabendo que k = 300,00 R$/mm, analise os dados, calcule a perda unitária média e responda se os problemas de qualidade são predominantemente originados por desvio do alvo ou por dispersão.

0,25	0,51	0,60	0,33	0,30
0,35	0,42	0,45	0,52	0,55

TIPOS DE CARACTERÍSTICAS DE QUALIDADE

Até aqui a discussão foi centrada em características de qualidade do tipo *nominal-é-melhor*. Contudo, há três tipos de características de qualidade a serem consideradas:

Nominal-é-melhor (Ex: Dimensão, viscosidade, peso, etc.)



Maior-é-melhor (Ex: Resistência, tempo de vida, etc.)

Menor-é-melhor (Ex: Desgaste, retração, nível de ruído)

A FUNÇÃO DE PERDA PARA MAIOR-É-MELHOR

Maior é melhor se refere às características que têm um valor mínimo estabelecido e, se esse valor for superado tanto melhor.

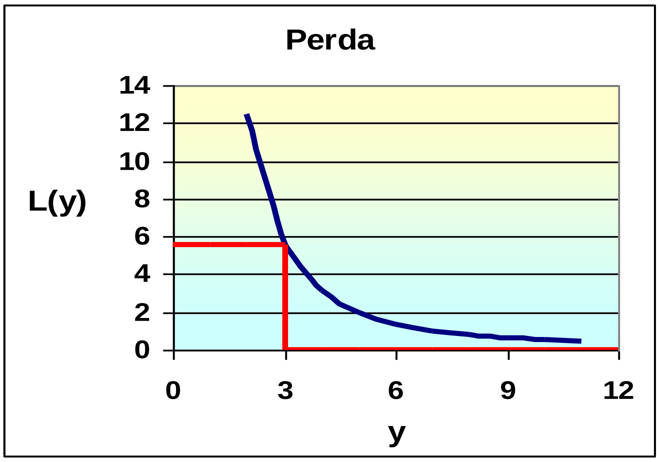


Figura 75 - Função de perda do tipo maior-é-melhor

Perda para uma unidade

Eq 75 : $$L(y) = \frac{k}{y^2}$$

A perda diminui a medida que *y* aumenta (maior-é-melhor), e é mínima quando $y \to \infty$

Cálculo do valor de k

Se a perda é conhecida para um ponto qualquer y_o, podemos determinar o valor de *k* a partir de:

Eq 76 : $$k = y_o^2 \times L(y_o)$$

O ponto y_o pode ser Δ_o, ou seja, o ponto onde a maioria dos clientes irá exigir reparo ou substituição a um custo A_o. Assim,

Eq 77 : $$k = \Delta_o^2 \times A_o$$

Perda média unitária para um lote

No caso de termos muitas unidades do mesmo produto, a perda média unitária para o lote virá dada por:

Eq 78 : $$L = \frac{1}{n}\sum k\left(\frac{1}{y_i^2}\right) \quad \text{ou} \quad L = k\left(\frac{1}{\bar{y}^2}\right)\left(1 + \frac{3s^2}{\bar{y}^2}\right)$$

Exercício 44

Os dados a seguir representam o tempo até a falha de um certo componente eletrônico. Sabendo que a falha deste componente em um tempo inferior a 2000 horas implica na sua substituição (feita pelo fabricante) com uma perda estimada em R$ 150,00 , calcule a perda unitária média para este lote de produtos.

Dados: 975 1040 1110 1150 1250 1410 1650 1900 1915 2080

Exercício 45

O componente citado no exercício 44 pode ser melhorado, usando um material diferente na sua fabricação. Esse material iria permitir um aumento de 30% no tempo médio até a falha, sem alterar o desvio padrão. Vale a pena o uso deste material, sabendo que isso implicaria em um aumento no custo do componente de R$ 25,00?

A FUNÇÃO DE PERDA PARA MENOR-É-MELHOR

Menor-é-melhor se refere às características que têm um valor máximo estabelecido e, quanto mais baixo o valor, tanto melhor.

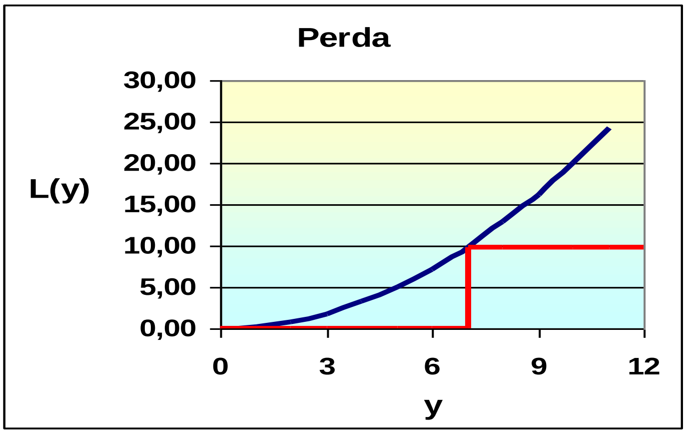


Figura 76 - Função de perda do tipo menor-é-melhor

Perda para uma unidade

Eq 79 : $$L(y) = k \times y^2$$

A perda diminui a medida que *y* diminui (menor-é-melhor), e é mínima quando $y \to 0$

Cálculo do valor de k

Se a perda é conhecida para um ponto qualquer y_o , podemos determinar o valor de *k* a partir de:

Eq 80 : $$k = L(y_o) / y_o^2$$

O ponto y_o pode ser Δ_o , ou seja, o ponto onde a maioria dos clientes irá exigir reparo ou substituição a um custo A_o. Assim,

Eq 81 : $$k = A_o / \Delta_o^2$$

Perda média unitária para um lote

No caso de termos muitas unidades do mesmo produto, a perda média unitária para o lote virá dada por:

Eq 82 : $$L = \frac{1}{n}\sum k \times y_i^2 \quad \text{ou} \quad L = k(\bar{y}^2 + s^2)$$

Exercício 46

Os dados a seguir representam o tempo de espera para atendimento em um serviço telefônico. Estima-se que a demora de 1 minuto implique em uma perda de R$ 2,00. Analise os dados e calcule a perda unitária média para este serviço.

Dados: 0,2 0,4 0,4 0,6 0,7 0,9 1,2 1,6 1,8 2,5 3,2 3,8

Exercício 47

Em relação aos dados do exercício anterior, sabendo que mensalmente são atendidos cerca de 10.000 clientes, e que o custo mensal da operação é de R$ 30.000,00 , analise se vale a pena duplicar o serviço de atendimento, o que permitiria reduzir a metade os tempos de atendimento.

APLICAÇÕES DA FUNÇÃO DE PERDA

A função de perda pode ser usada para monitorar melhorias no processo. É um índice mais consistente do que os índices usuais de capacidade, ou seja, Cp e Cpk.

Isso é assim porque a função de perda considera tanto a perda devido à dispersão como a perda devido a desvios da meta.

Os índices usuais de capacidade não consideram diretamente o desvio da meta. De forma que é possível ter processos bastante descentrados e ainda assim com um índice de capacidade alto.

Muitas vezes é difícil computar o verdadeiro valor de k, mas para efeitos comparativos (monitoramento, avaliação de melhorias) pode-se usar $k_{antes} = k_{depois} = 1$ pois tem-se o mesmo custo e as mesmas especificações.

Uma redução de 10% no valor de L implica uma redução de 10% nos custos da má qualidade, mesmo que não se conheça com exatidão esse valor.

Também é possível usar a função de perda para comparar processos distintos, mesmo sem conhecer o valor exato de *k*. Nesse caso, atribui-se que o custo do processo para unidades que estejam sobre o limite de especificação seja $A_{o\ processo\ 1} = A_{o\ processo\ 2} = 1$, e calcula-se o valor de k em cada caso, pois as especificações dos processos são diferentes.

A função de perda também serve para auxiliar na definição das tolerâncias da produção, que podem ser diferentes das tolerâncias do cliente, conforme será visto na seção a seguir.

Exercício 48

Os dados a seguir se referem a dimensão principal de uma peça mecânica que compõe o câmbio de um automóvel. As especificações para essa peça são 8,42 ± 0,3. Essa peça estava apresentando excessiva variabilidade e foi feito um estudo que conduziu a diversas ações de melhoria. Analise os dados e estime a redução nas perdas devido à má qualidade:

Antes das melhorias

8,11	8,18	8,21	8,28	8,31	8,33	8,35	8,36	8,38	8,39	8,40
8,41	8,42	8,45	8,46	8,50	8,52	8,56	8,62	8,60	8,64	8,72

Após as melhorias

8,31	8,34	8,35	8,37	8,38	8,38	8,39	8,39	8,40	8,40	8,40
8,42	8,43	8,45	8,46	8,48	8,49	8,51	8,51	8,52	8,53	8,55

Exercício 49

As especificações para os dois processos a seguir foram calculadas de modo que a perda observada quando uma unidade atinge os respectivos limites de especificação é aproximadamente a mesma. Compare os dois processos usando a função de perda e indique qual deles apresenta maiores perdas.

Corte da aba: especificações 120 ± 5

117,2	118,2	119,0	119,5	120,1
120,2	120,8	121,3	122,0	123,3

Raio de curvatura: 20 ± 2

19,1 19,7 20,2 20,5 20,8 21,3 21,7 22,0 22,2 22,9

USO DA FUNÇÃO DE PERDA NA DEFINIÇÃO DE TOLERÂNCIAS

Vamos ver um exemplo de aplicação da função de perda no cálculo de tolerâncias apropriadas para uma característica do tipo Nominal-é-melhor.

Exemplo para Nominal-é-melhor

O valor ótimo da velocidade de um disco rígido é 85 rps. Se esse valor difere em mais de duas rps, haverá problemas na leitura dos dados e o cliente terá que consertar o disco rígido ao custo de R$ 50,00. Assim:

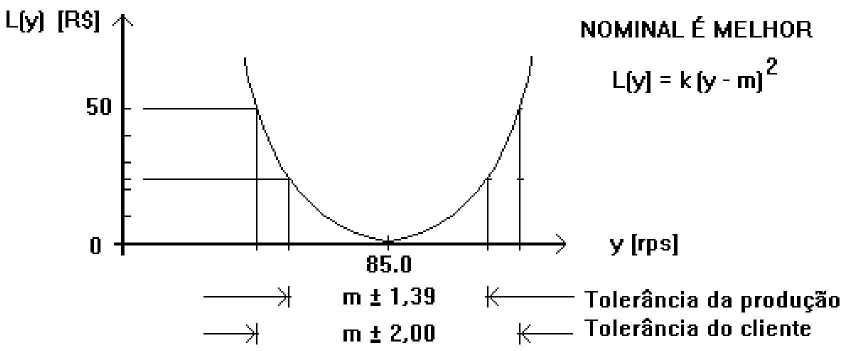
$L(y) = (50 / 2{,}0^2)\ (y - m)^2 = 12{,}5\ (y - m)^2$

Se o custo de reparo na saída da linha for de R$ 24,00 por aparelho, a tolerância para a produção deveria ser definida a partir de:

$24{,}00 = 12{,}5\ (y - 85)^2$

$y = 85 \pm \sqrt{24{,}00/12{,}5} = 85 \pm 1{,}39$ rps

Assim, a tolerância da produção fica definida em 85 ± 1,39. Os aparelhos que ultrapassarem esse limite deveriam ser reparados na fábrica, pois isso é mais econômico.



O exemplo que segue também aborda o problema da definição de tolerâncias para a produção, mas considerando uma característica do tipo maior-é-melhor.

Exemplo para Maior-é--melhor

Quanto maior a resistência à tração de certos suportes cerâmicos utilizados como isoladores, melhor. Se a resistência for inferior a 7,5 KN o suporte romperá, acarretando um custo de R$ 80,00 para o cliente. Então:

Eq 83 : $L(y) = k / y^2$

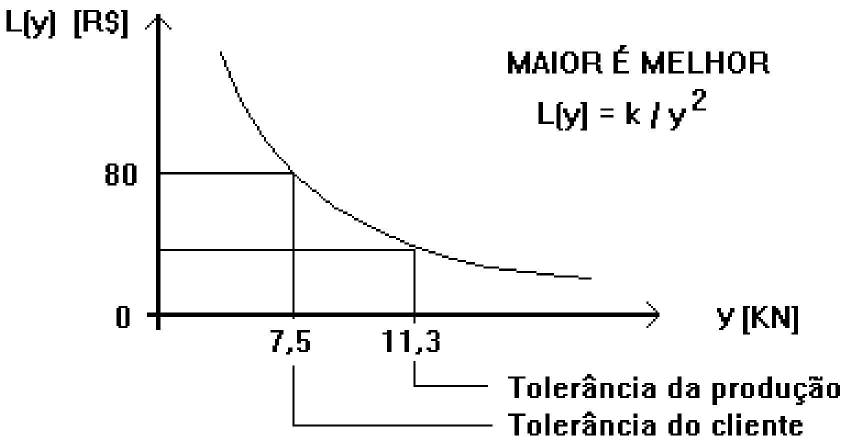
$k = (\Delta_o)^2 \times A_o = 7{,}5^2 \times 80 = 4500$

Supondo que seja possível detectar falhas nesses suportes e reforçá-los (antes que eles deixem a fábrica) a um custo de R$ 35,00 , teremos:

$L(y) = 4500 / y^2$; $35{,}00 = 4500 / y^2$

$y = \sqrt{4500/35} = 11{,}3$ KN

De modo que a tolerância recomendada para a produção será de 11,3 KN. A figura a seguir ilustra essa situação:



EXERCÍCIOS

Exercício 50

Os dados a seguir foram obtidos de um processo de usinagem onde o valor nominal (meta) para a característica medida seria de 5,30 mm. Sabendo que $k = 250$ R\$/mm^2 , calcule a perda associada a cada unidade e depois faça a soma para obter a perda total do lote.

5,22 5,26 5,27 5,29 5,31 5,32 5,33 5,33 5,34 5,35 5,37 5,40

Exercício 51

Recalcule a perda total para o lote do exercício 50 usando a fórmula da perda média unitária. Lembre-se de estimar o desvio-padrão usando σ_n ao invés de σ_{n-1}.

Exercício 52

Ainda em relação aos dados do exercício 50, calcule a contribuição percentual de cada parcela (desvio do alvo e variabilidade) para a perda total.

Exercício 53

Caso o processo estivesse centrado, qual seria a estimativa da perda média unitária para o processo do exercício 50 ? E qual seria a redução percentual nos custos da má qualidade ?

Exercício 54

Sejam os seguintes dados provenientes de dois processos distintos, cujas especificações são, *Processo 1*: 45 ± 2,0 ; *Processo 2*: 1100 ± 10

Processo 1: 43,1 43,6 43,8 44,2 44,4 44,5 44,9 45,1 45,5 45,9

Processo 2: 1102 1104 1105 1108 1109 1111 1111 1114 1115 1117

a) Qual o processo que aparentemente tem a maior perda ?

b) Qual o processo que tem a melhor capabilidade ?

c) Qual o processo que, em princípio, seria mais simples de melhorar ?

Exercício 55

O eixo de um motor de combustão deve apresentar a menor excentricidade possível. Se essa excentricidade for maior do que 0,04 mm, a maioria dos clientes irá reclamar reparo. O custo do reparo é de R$ 80,00. Indique qual deve ser a tolerância para a produção supondo que seja possível, ainda durante a manufatura, detectar o problema e corrigir a excentricidade a um custo de R$ 30,00.

Exercício 56

Os dados a seguir representam a densidade e a elasticidade de um certo material plástico usado para a produção de embalagens. Sabendo que essas duas características são igualmente importantes e que a especificação para a densidade é 12,0 ± 0,4 e para a elasticidade é 60 ± 3,0 , conclua qual dessas características está produzindo uma perda maior para o cliente.

Densidade:	11,8	12,1	12,0	11,9	11,9	12,1	12,2	12,1	12,3	11,9	12,3
	11,9	11,8	11,7	11,9	12,2	11,6	11,8	12,3	11,7	11,9	12,0
Elasticidade:	59,4	59,1	58,6	59,3	61,1	58,2	59,1	60,2	58,6	59,5	59,9
	59,1	60,4	60,1	59,4	59,4	60,6	61,0	60,5	61,6	59,6	61,7

Exercício 57

Em uma fábrica de barcos de oceano, o alinhamento entre a quilha e o leme dos barcos deve ser o mais perfeito possível. Se o desvio observado, em módulo, for maior do que 2,0 cm, a maioria dos clientes irá reclamar reparo. O custo do reparo é de R$ 200,00. Supondo que seja possível, ainda durante a manufatura, detectar o problema e corrigí-lo a um custo de R$ 50,00 , qual deveria ser a tolerância da produção.

Exercício 58

Em relação ao problema 8, medições efetuadas sobre 10 barcos indicaram o seguinte:

-0,5-2,2+0,2-0,8-1,7-0,5+0,3+0,5-1,2-0,3

Usando a função quadrática, calcule a perda devido a má qualidade para essa amostra.

Você acha que nesse caso a qualidade pode ser melhorada com facilidade ? argumente.

Exercício 59

Os dados a seguir representam medições feitas sobre o diâmetro de um eixo. O valor nominal desse diâmetro é de 20 mm e um desvio de ± 0,2 mm exige retrabalho a um custo de R$ 5,00 por eixo. Usando a função de perda de Taguchi, calcule a perda monetária para essa amostra.

20,20 20,05 19,90 20,08 19,87 20,15 19,95 19,99 20,02 20,07

a) Recalcule a perda devido a má qualidade caso o processo estivesse centrado e o desvio padrão reduzido pela metade.

Exercício 60

11. Os dados a seguir referem-se a medições feitas em um lote de aparelhos eletrônicos. A especificação para a característica medida é 82 ± 10. Use a função de perda quadrática e calcule a perda de qualidade para esse lote. Sabe-se que uma unidade que está sobre o limite de especificação implica em um custo de R$ 5,70.

8,12	8,15	8,17	8,20	8,21	8,22
8,23	8,24	8,25	8,25	8,28	8,31

Exercício 61

Os dados a seguir representam a resistência de certos componentes elétricos, adquiridos de três fornecedores diferentes. Sabendo que as especificações para esse componente elétrico é 120 ± 5, e que a perda associada a um componente justo sobre o limite de especificação é igual a R$ 2,50 , pede-se:

Usando a função quadrática, calcule a perda devido a má qualidade para cada fornecedor.

Qual fornecedor você escolheria e porquê ?

Fornecedor 1:	118,6	120,8	120,2	119,7	119,4	120,5	121,4	121,5	122,5	119,7	123,0
	119,5	118,1	117,4	119,2	121,8	115,6	118,1	122,8	116,8	119,7	120,1
Fornecedor 2:	120,2	121,5	119,8	123,1	120,3	123,4	120,4	121,8	121,0	120,3	121,5
	120,3	123,4	122,2	122,6	121,8	121,7	119,6	123,0	120,9	122,9	119,5
Fornecedor 3:	122,3	122,0	125,2	124,5	120,6	120,7	121,2	123,5	121,5	121,2	119,8
	123,8	119,2	120,9	119,2	121,2	121,5	121,9	122,8	122,7	121,3	121,6

EXERCÍCIO FINAL

Uma montadora deseja selecionar um fornecedor preferencial para um tipo de componente mecânico. Os dados a seguir representam valores medidos nos processos de três fornecedores potenciais. Cada linha contém os dados obtidos após a coleta de subgrupo de tamanho 3. Usando as técnicas vistas na disciplina de CEP, analise de forma completa esses dados e conclua a respeito. Seguem algumas informações úteis:

As especificações para esse processo são 120 ± 5.

A montadora irá usar esse componente por um período de 12 meses. Depois a produção desse componente deve ser descontinuada.

A montadora compra 4 mil componentes por mês, a um preço de R$ 12,00 cada.

Estima-se que uma unidade justo sobre o limite de especificação imponha à sociedade uma perda de R$ 3,00.

Em média, o custo de investigar e eliminar uma causa especial é de R$ 2.500,00

Fornecedor 1			Fornecedor 2			Fornecedor 3		
118,6	119,6	120,4	123,4	120,2	123,5	122,4	120,8	122,3
120,3	119,7	116,4	122,4	121,5	121,1	120,7	119,7	122,0
120,2	122,3	120,8	120,7	119,8	120,2	122,7	123,0	125,2
119,7	120,2	116,6	121,6	123,1	124,0	120,7	122,0	124,5
119,4	119,0	119,5	122,8	120,3	120,9	121,0	119,8	120,6
120,5	121,7	120,1	122,8	123,4	121,7	123,2	120,0	120,7
121,4	117,3	123,5	122,3	120,4	122,7	121,9	122,0	121,2
121,5	121,4	121,1	123,0	121,8	119,9	121,9	122,3	123,5
122,5	118,1	122,5	119,8	121,0	121,5	121,7	121,7	121,5
119,7	121,4	118,1	121,6	120,3	124,5	121,0	121,7	121,2
118,1	119,4	120,4	120,0	120,3	119,4	121,4	121,6	119,8
117,4	116,4	120,0	123,9	123,4	121,3	122,0	120,6	123,8
119,2	122,3	118,9	122,0	122,2	119,5	122,1	120,5	119,2
121,8	119,4	120,4	122,0	122,6	120,3	121,5	119,8	120,9
115,6	119,4	118,5	121,4	121,8	121,1	119,6	121,2	119,2
118,1	118,0	122,5	121,8	121,7	121,4	120,9	121,5	121,2
122,8	117,0	117,6	122,2	119,6	121,9	122,2	123,2	121,5
116,8	118,1	121,0	123,2	123,0	121,8	121,1	121,2	121,9
119,7	118,5	120,8	123,2	120,9	121,8	123,2	120,1	122,8
120,1	120,8	121,2	122,3	122,9	121,2	122,8	121,6	122,7
123,0	121,7	113,4	124,0	121,5	120,7	120,8	122,0	121,3
118,5	120,9	118,7	122,2	119,5	122,3	120,5	121,3	121,6
118,7	119,1	119,4	122,4	120,3	122,5	119,1	120,0	118,6
120,2	117,8	120,5	123,4	121,9	120,9	123,3	120,3	123,0
122,1	120,8	120,5	120,0	120,5	123,1	122,6	122,2	119,9
119,7	120,0	118,8	123,2	119,8	122,5	119,5	120,5	120,7
122,3	118,1	119,7	123,9	123,5	122,4	121,7	123,9	118,5
117,2	118,5	115,9	120,3	122,6	121,8	121,5	121,7	122,5
122,0	120,1	119,7	120,4	122,5	121,2	120,9	120,6	122,2
121,6	118,7	120,4	123,3	120,9	123,0	120,2	122,5	121,5

5 Análise de Sistemas de Medição

José Luis Duarte Ribeiro
Carla ten Caten

INTRODUÇÃO

Uma vez que a validade das análises relativas ao desempenho do processo dependem da validade dos dados, é essencial que o sistema de medição seja adequado.

É importante entender qual a precisão associada ao sistema de medição, a qual está relacionada com o próprio instrumento de medição e também com outras fontes de variação.

Os sistemas de medição podem ser analisados quanto:

- Estabilidade;

-Tendência;

-Linearidade;

-Repetitividade;

-Reprodutibilidade.

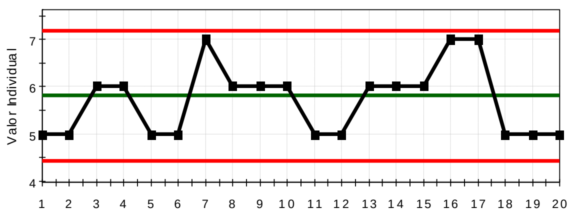
Além disso, o estudo também pode quantificar a variação peça-a-peça e a variação dentro da peça.

Ao especificar ou analisar um sistema de medição, nós estamos preocupados com a sua discriminação, ou seja, com a sua capacidade de detectar mesmo pequenas mudanças na característica em estudo.

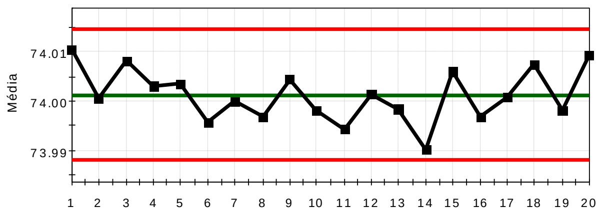
As cartas de média e amplitude revelam a força de discriminação (número de categorias de dados que podem ser identificadas) do sistema de medição

CATEGORIAS DE DADOS E DISCRIMINAÇÃO

Pouca Discriminação



Discriminação satisfatória



A Figura a seguir fornece indicações sobre a aplicabilidade de um sistema de medição, em função do número de categorias que ele pode discriminar:

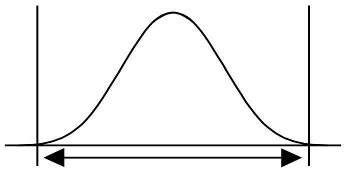
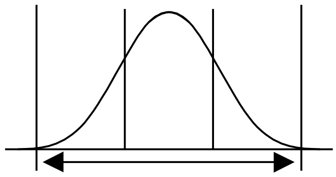
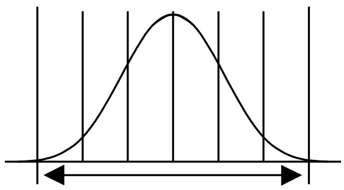
Discriminação	**Observações**
 1 Categoria	Só pode ser usado para controle em condições especiais, por exemplo, no caso de um processo muito capaz, com função de perda achatada no intervalo das especificações. Não pode ser usado para estimar parâmetros e índices do processo.
 ~ 3 categorias	Pode ser usado no controle de características que não são críticas e onde o processo tem boa capacidade. Fornece apenas estimativas grosseiras dos parâmetros e índices do processo.
 + de 5 categorias	Pode ser usado no controle de características críticas. Fornece estimativas precisas dos parâmetros e índices do processo.

Figura 77 - aplicabilidade de um sistema de medição

Exercício 62

Os dados a seguir representam medições feitas sobre a principal dimensão de uma peça cerâmica usando dois sistemas distintos de medição. Analise esses dados usando uma carta de controle para valores individuais. Verifique se os sistemas apresentam discriminação adequada para o controle da características crítica.

Leituras usando o sistema 1 (dados dispostos ao longo das linhas, ou seja, as primeiras leituras estão na primeira linha e assim sucessivamente):

26,0	27,0	25,0	25,0	25,0	26,0	26,0	27,0	26,0	27,0	26,0	26,0
26,0	25,0	27,0	26,0	26,0	25,0	26,0	25,0	25,0	26,0	27,0	27,0

Leituras usando o sistema 2:

26,2	26,7	24,8	25,4	24,6	25,8	25,9	26,8	26,2	27,1	25,9	26,4
25,7	25,1	27,2	26,4	26,0	25,3	26,3	24,8	24,8	26,0	26,7	26,9

ESTABILIDADE

A estabilidade de um sistema de medição refere-se ao seu desempenho ao longo do tempo. Em geral, a estabilidade não é quantificada, mas ela pode ser avaliada usando-se cartas de controle.

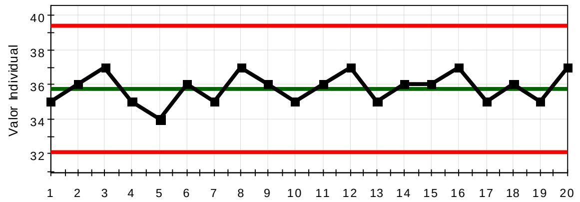
Nesse caso, uma peça padrão (sempre a mesma peça) é medida ao longo de dias ou semanas, e os resultados são plotados em uma carta de controle.

Como trata-se da mesma peça, as leituras deveriam ser sempre as mesmas, mas isso não acontece, devido à variabilidade no próprio sistema de medição.

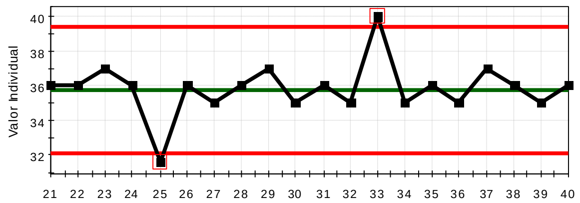
Se houver problemas no sistema de medição (por exemplo, um instrumento que se afrouxa, ou que perde a calibragem, ou um operador sem treinamento) isso irá aparecer como um ponto fora dos limites de controle.

Pontos fora dos limites de controle, na carta de médias ou na carta de amplitudes, revelam falta de estabilidade no sistema de medição.

Boa estabilidade



Problemas de estabilidade



A estabilidade pode ser verificada da seguinte maneira:

-Obter uma amostra padrão para ser utilizada no estudo;

-Numa base periódica (diariamente, semanalmente) efetuar três a seis medições sobre cada peça da amostra padrão;

-Marcar os resultados em cartas de controle X_{bar} & R ou Xind & Rmóvel;

-Estabelecer limites de controle e analisar evidências de instabilidade, conforme o uso comum das cartas de controle;

Se a estabilidade for ruim, as causas possíveis são:

Existem fatores que atuam ao longo do dia (temperatura) ou ao longo da semana (umidade), que influenciam significativamente o instrumento de medição;

Instrumento de medição perde a calibragem com facilidade;

Os operadores não estão suficientemente treinados no uso do instrumento;

Os operadores estão expostos a fadiga que prejudica a leitura;

Exercício 65

Os dados a seguir também se referem à dimensão crítica da peça cerâmica. O conjunto de dados que segue foi obtido sobre uma mesma peça de referência, medida ao longo de todo o mes. Verifique se há indícios de falta de estabilidade no sistema de medição.

Dados (dispostos ao longo das linhas):

26,2	26,1	26,1	26,2	26,0	26,1	26,1	26,0	26,2	26,1
26,1	26,2	26,0	26,6	26,5	26,5	26,6	26,4	26,5	26,5
26,4	26,1	26,1	26,0	25,9	25,8	25,8	25,9	25,7	25,8

Exercício 66

Os dados a seguir representam medições feitas sobre um componente eletrônico usado como referência. Plote esses dados em uma cartas de controle de média e amplitude e verifique se há indícios de instabilidade. Sabendo que a variabilidade natural do processo é caracterizada por um desvio padrão igual a 8,5 você acredita que o sistema possui suficiente repetitividade ?

Amostra	Medições			Amostra	Medições		
1	535,7	536,1	535,5	16	535,4	535,9	536,1
2	536,0	536,2	536,2	17	536,1	536,6	536,0
3	535,8	536,0	535,5	18	536,6	535,7	536,2
4	535,6	536,2	535,9	19	536,2	536,0	536,3
5	535,8	535,8	535,9	20	536,1	535,6	535,6
6	536,2	536,2	535,9	21	536,5	536,2	536,2
7	535,9	536,2	535,8	22	536,3	536,0	536,0
8	536,1	535,7	535,8	23	536,2	535,9	536,1
9	536,1	535,5	536,0	24	535,3	536,1	536,2
10	535,9	536,3	535,9	25	536,1	535,6	536,1
11	535,8	535,5	535,9	26	535,8	535,5	535,9
12	535,6	535,8	536,2	27	535,5	536,0	535,8
13	536,1	536,4	535,8	28	535,8	536,1	535,9
14	535,7	535,9	535,8	29	535,9	535,9	536,2
15	535,6	536,0	536,0	30	535,8	535,6	536,0

PRECISÃO X EXATIDÃO

Exatidão refere-se à centralização e precisão refere-se à variabilidade em torno de uma valor.

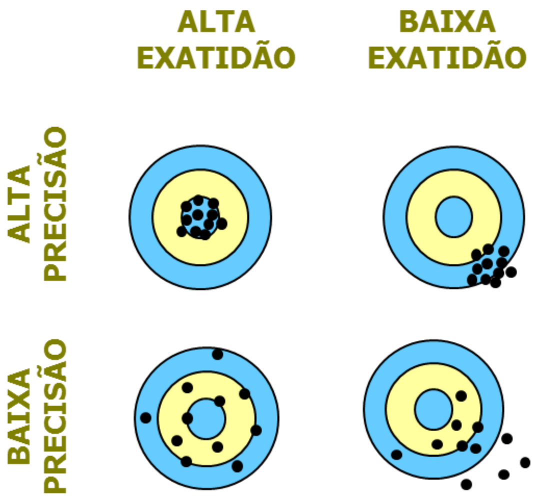


Figura 78- Comparação entre exatidão e precisão

TENDÊNCIA

A tendência é definida como a diferença entre a média observada e o valor de referência.

A média observada é a média de um conjunto de leituras (por exemplo, 10 observações) feitas pelo conjunto dispositivo / operador que queremos avaliar

O valor de referência é o valor suposto correto, obtido no laboratório de metrologia.

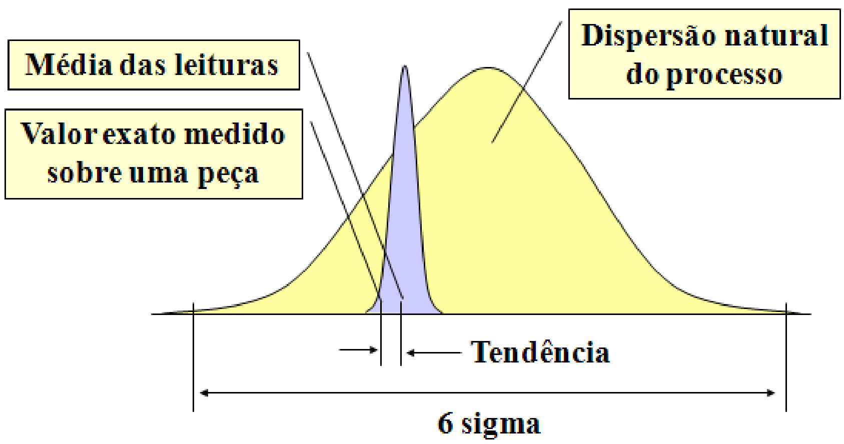


Figura 79 - Estudo de tendência

Um estudo de tendência pode ser feito conforme o procedimento descrito a seguir:

-Escolher uma amostra de uma ou mais peças e estabelecer o valor de referência dessas peças (utilizando um padrão rastreável ou realizando várias medições na sala de metrologia e calculando a média);

-Fazer o operador medir a peça 10 vezes, da maneira usual;

-Calcular a média das leituras feitas sobre as peças;

-Calcular a tendência usando:

Tendência = média observada - valor de referência

A tendência, e outras medidas que vão aparecer na sequência, podem ser expressas em termos percentuais, onde a base de comparação é a variação total do processo - em geral usa-se 6 sigma ou a tolerância (amplitude do intervalo de especificação) para definir a base de comparação:

Tendência % = 100 X Tendência / (6 sigma) ou

Tendência % = 100 X Tendência / Tolerância

O estudo de tendência também pode ser feito usando os dados do estudo de estabilidade. Nesse caso, calcula-se o valor de referência para a amostra usada no estudo de estabilidade e então:

Tendência = X_{barbar} - valor de referência

onde X_{barbar} é a linha central da carta de controle, ou seja, a média de todas as medidas (médias) efetuadas pelo operador no estudo de estabilidade;

Se a tendência é relativamente grande, as causas podem ser as seguintes:

Dispositivo de medição mal calibrado;

Dispositivo de medição desgastado, exigindo manutenção;

Falta de treinamento ou conhecimento no uso do dispositivo de medição;

Valor de referência mal definido;

Exercício 67

A peça a seguir foi medida em um laboratório certificador, apresentando um raio de curvatura igual a 5,003 mm. A mesma peça também foi medida na fábrica, várias vezes. Analise as medidas, mostradas a seguir, e verifique se a tendência é negativa, positiva ou nula. Sabendo que as especificações para essa peça são 5,0 ± 0,003 , conclua a respeito da tendência que o sistema apresenta.

Dados: 5,004 5,003 5,003 5,002 5,004 5,003 5,003

Exercício 68

Os dados a seguir constituem dois conjuntos de medições representando o comprimento e a largura de uma mesma peça de referência. Plote um gráfico de dispersão (valor de referência x desvios observados) e veja a tendência para cada cota.

Largura (valor de referência = 4,01):

4,02 4,02 4,03 4,01 4,02 4,03

Comprimento (valor de referência = 9,52):

9,54 9,54 9,56 9,55 9,54 9,55

LINEARIDADE

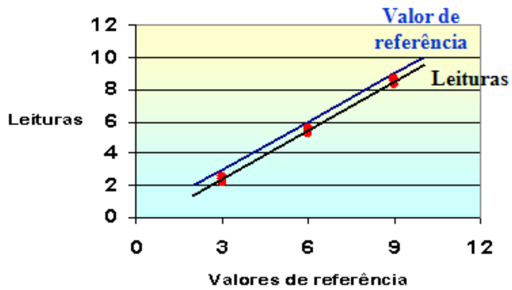
O estudo da linearidade do dispositivo de medição verifica o desempenho do dispositivo ao longo de toda a sua faixa de uso.

Muitas vezes o dispositivo é usado em uma faixa ampla, e o fato dele estar calibrado e funcionando adequadamente em um extremo da faixa, não assegura seu funcionamento adequado no centro ou no outro extremo da faixa

Para fazer um estudo de linearidade, é preciso utilizar várias peças cujos valores de referência contemplem a faixa de uso do dispositivo.

Então, se efetuam medições sobre cada peça e registra-se a tendência observada, verificando, através de um estudo de regressão, se a tendência é função do valor de referência.

Boa linearidade



Problemas de linearidade

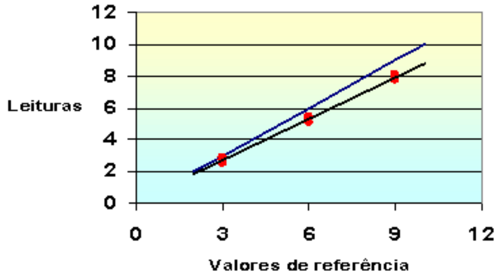


Figura 80- Estudo da linearidade de dispositivos de medição

O estudo da linearidade do dispositivo de medição revela se a tendência observada nos valores medidos é ou não função da magnitude do valor medido

Para fazer um estudo de linearidade, é preciso utilizar várias peças (por exemplo seis peças) cujos valores de referência sejam marcadamente diferentes. Por exemplo, o diâmetro nominal das seis peças poderia ser 1 cm, 2 cm, ..., 6 cm.

Então se efetuam diversas medições sobre cada peça e registra-se a tendência observada, conforme o exemplo a seguir:

Peça	1	2	3	4	5	6
Valor de referência (X)	1,01	2,00	3,03	3,98	5,01	6,00
1	1,01	2,01	3,05	4,01	5,07	6,05
2	1,03	2,05	3,03	4,02	5,05	6,06
3	1,01	2,05	3,04	4,01	5,08	6,05
4	1,02	2,01	3,06	4,00	5,06	6,03
5	1,02	2,03	3,02	4,02	5,09	6,07
Média	1,018	2,030	3,040	4,012	5,070	6,052
Tendência (Y)	0,008	0,030	0,010	0,032	0,060	0,052

A seguir ajusta-se um modelo de regressão linear, do tipo Y = b + aX, onde

Y = tendência

X = Valor de referência

a = inclinação

Eq 84 : $\mathbf{a = S_{XY} / S_{XX}}$

Eq 85 : $\mathbf{b} = \bar{Y} - b_1 \bar{X}$

Onde:

Eq 86 : $$S_{XX} = \sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2 / n$$

Eq 87 : $$S_{YY} = \sum y_i^2 - \left(\sum y_i\right)^2 / n$$

Eq 88 : $$S_{XY} = \sum x_i y_i - \left(\sum x_i\right)\left(\sum y_i\right)/n$$
$$SQR = \sum \left[y_i - \left(b_0 + b_1 x_i\right)\right]^2 = S_{YY} - b_1 S_{XY}$$

Uma vez encontrados os valores de a e b, tem-se:

Tendência = b + a x Valor de referência

Linearidade = |a| x faixa de operação do dispositivo

linearidade percentual = 100 x |a| / variação do processo

ou = 100 x |a| / tolerância

Eq 89 :Ajuste do modelo: $$R^2 = \frac{[\sum xy - (\sum x)(\sum y)/n]}{[\sum x^2 - (\sum x)^2/n] \times [\sum y^2 - (\sum y)^2/n]}$$

Eq 90 : Desvio padrão da estimativa: $$DPE = \sqrt{\frac{SQR}{n-2}}$$

Eq 91 :Desvio padrão da inclinação: $$DPI = \frac{DPE}{[\sum x^2 - (\sum x)^2/n]}$$

Eq 92 :Teste de significância do modelo: t = a / DPI

Se |t| < 1,5 não há evidência de falta de linearidade do dispositivo

Se 1,5 < |t| < 2,5 há alguma evidência de falta de linearidade

Se |t| >2,5 há forte evidência de falta de linearidade do dispositivo

Para os dados do exemplo, supondo que a faixa de operação do processo seja [1,00 - 6,00 = 5,00 cm] e que a variação do processo seja 0,10 cm, resulta:

a = 0,00949; b = -0,00125

Tendência = -0,00125 + 0,00949 x valor de referência

linearidade = 0,00949 x 5,00 = 0,04745

linearidade % = 100 x 0,04745 / 0,10 = 47,45% (esse percentual é muito elevado, o dispositivo tem problemas)

R^2 = 0,698, ou seja, 69,80 % da variabilidade total dos dados é explicada pelo modelo ajustado

SQR = 0,000679

DPE = 0,013

DPI = 0,000746

t = 12,73 ==> há forte evidência de falta de linearidade do dispositivo

Exercício 69

Os dados a seguir representam medições de intensidade luminosa, realizadas sobre três modelos de lâmpada com diferentes potências. Analise esses dados e, para cada modelo, avalie a tendência observada.

Lâmpada	Mod 1	Mod 1	Mod 2	Mod 2	Mod 3	Mod 3
Especificações	100 a 110	100 a 110	200 a 210	200 a 210	400 a 450	400 a 450
Valor de Referência	107,2	102,9	207,8	206,0	411,6	416,5
Medições	106	103	209	208	415	421
	107	104	208	208	416	419
	105	102	210	210	416	423
	106	103	209	209	418	423
	107	102	211	210	417	422

Exercício 70

Faça um estudo de linearidade usando os dados do exercício 69. Calcule o coeficiente de inclinação da reta e verifique a sua significância. Calcule também o valor de R2. Qual a sua conclusão a respeito do dispositivo de medição ?

REPETITIVIDADE

A repetitividade ou variação do dispositivo de medição é observada quando um mesmo operador mede a mesma peça mais de uma vez.

Os operadores não devem saber que estão medindo a mesma peça. Quando a diferença entre as leituras é pequena, o sistema tem boa repetitividade.

Sejam os dados a seguir:

	Operador 1					Operador 2					Peça
Ciclos	1	2	3	Xbar	R	1	2	3	Xbar	R	Xbar
Peças											
1	25,2	27,1	25,6	25,97	1,9	25,4	26,7	24,7	25,60	2,0	25,78
2	22,1	21,6	24,1	22,60	2,5	23,3	23,8	24,0	23,70	0,7	23,15
3	25,4	24,7	25,0	25,03	0,7	24,4	25,0	26,9	25,43	2,5	25,23
4	23,6	25,2	25,2	24,67	1,6	25,1	23,5	26,8	25,13	3,3	24,90
5	28,2	27,1	26,0	27,10	2,2	27,3	27,8	29,7	28,27	2,4	27,68
Média				25,073	1,78				25,627	2,18	
Amplitude entre médias			Ro =	0,554							
Amplitude média			Rbar =	1,98							
Amplitude peças			Rp =	4,53							

Tabela 28- dados para a análise do sistema de medição

O desvio-padrão do dispositivo de medição é calculado como:

$\sigma_e = R_{bar} / d_2 = 1{,}98 / 1{,}72 = 1{,}151$

onde R_{bar} é a amplitude média observada nas diversas medições efetuadas pelos operadores e d_2 é obtido da Tabela a seguir, sendo m = número de medições por peça por operador e g = número de peças x número de operadores.

g \ **m**	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
1	1,41	1,91	2,24	2,48	2,67	2,83	2,96	3,08	3,18	3,55
5	1,19	1,74	2,10	2,36	2,56	2,73	2,87	2,99	3,10	3,49
10	1,16	1,72	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09	3,48
15	1,15	1,71	2,07	2,34	2,54	2,71	2,85	2,98	3,08	3,48
30	1,128	1,693	2,059	2,326	2,534	2,704	2,847	2,970	3,078	3,472

Tabela 29- valores de d2:

A Repetitividade (VE), ou variação do equipamento, é obtida como:

$VE = 5{,}15\ \sigma_e$, intervalo que abrange 99% da variação esperada para uma distribuição normal.

Para os dados do exemplo, VE = 5,15 x 1,151 = 5,93

Exercício 71

Os dados a seguir representam medições da concentração de óxido, realizadas logo após um tratamento químico. Calcule o desvio padrão do dispositivo de medição e a sua repetitividade.

	Operador 1		Operador 2	
Ciclo	1	2	1	2
Amostra				
1	7,2	7,4	7,5	7,2
2	8,5	7,9	8,1	8,4
3	6,9	7,3	7,0	7,5
4	6,9	7,1	7,3	7,0
5	7,5	7,7	7,3	7,9
6	7,3	6,8	7,1	7,3

REPRODUTIBILIDADE

A reprodutibilidade refere-se a diferenças que podem existir entre as medidas de diferentes operadores, em geral resultado de procedimentos específicos adotados por cada operador.

Para estimar essa variabilidade, determina-se a média para cada operador e em seguida calcula-se a amplitude, subtraindo-se a menor média da maior:

$R_o = X_{bar}$ max - X_{bar} min = 25,627 - 25,073 = 0,554

O desvio-padrão é estimado usando-se σ_o = Ro / d_2 e a reprodutibilidade é estimada como 5,15 x σ_o , que representa um intervalo que abrange 99% da variação esperada para uma distribuição normal.

d_2 é obtido da Tabela 29, usando m = número de operadores e g = 1.

Uma vez que a estimativa da reprodutibilidade está contaminada pela variação devido ao dispositivo de medição, ela deve ser ajustada subtraindo-se uma fração que corresponde à repetitividade.

A reprodutibilidade (VO=variação do operador) ajustada passa a ser:

$$VO = \sqrt{\left(5{,}15\frac{R_o}{d_2}\right)^2 - \frac{(5{,}15 \times \sigma_e)^2}{nr}}$$

onde n = número de peças e r = número de ciclos de medição

E o desvio-padrão ajustado dos operadores é:

σ_o = VO / 5,15

Usando os dados do exemplo, tem-se:

$$VO = \sqrt{\left(5{,}15\frac{0{,}55}{1{,}41}\right)^2 - \frac{(5{,}15 \times 1{,}151)^2}{5 \times 3}} = 1{,}32$$

onde n = número de peças e r = número de ciclos de medição

E o desvio-padrão ajustado dos operadores é:

σ_o = VO / 5,15 = 1,324 / 5,15 = 0,257

R&R - SISTEMA DE MEDIÇÃO

Conhecida a variabilidade devido a repetitividade (equipamento) e a reprodutibilidade (operadores), a variabilidade do sistema de medição é calculada como:

$$R\&R = \sqrt{VE^2 + VO^2} = \sqrt{5{,}93^2 + 1{,}32^2} = 6{,}08$$

Em termos de desvio-padrão, tem-se:

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_o^2} = \sqrt{1{,}151^2 + 0{,}217^2} = 1{,}18$$

VARIAÇÃO PEÇA-A-PEÇA

O desvio-padrão das peças (variabilidade entre peças) pode ser determinado através de um estudo independente de capacidade do processo ou pode ser obtido a partir dos dados do estudo do sistema de medição.

Usando-se os dados do estudo, inicia-se calculando a média para cada peça e, na sequência, a amplitude das médias, R_p = peça com maior média - peça com menor média.

Então o desvio-padrão das peças é calculado como:

$\sigma_p = R_p / d_2$

d_2 é obtido da Tabela 2 usando m = número de peças e g = 1.

A variação total da peça (VP) é estimada usando 5,15 σ_p (99% das peças devem estar nesse intervalo, supondo distribuição normal).

Para os dados do exemplo, tem-se:

$R_p = X_{bar}$ max - X_{bar} min = 27,68 - 23,15 = 4,53

$\sigma_p = R_p / d_2$ = 4,53 / 2,48 = 1,83

VARIAÇÃO TOTAL DO PROCESSO

VP = 5,15 x σ_p = 5,15 x 1,83 = 9,40

A variabilidade total do processo (VT) é calculada somando-se a variabilidade do sistema de medição com a variabilidade das peças:

$$VT = \sqrt{R\&R^2 + VP^2} = \sqrt{6{,}08^2 + 9{,}40^2} = 11{,}19$$

Ou, em termos de desvio padrão, tem-se:

$$\sigma_t = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_p^2} = \sqrt{1{,}18^2 + 1{,}83^2} = 2{,}18$$

Exercício 72

Ainda em relação aos dados do exercício 71, calcule o desvio padrão peça a peça, a variação peça a peça, o desvio padrão total do processo e a variação total do processo.

Ciclo / Amostra	Operador 1		Operador 2	
	1	2	1	2
1	7,2	7,4	7,5	7,2
2	8,5	7,9	8,1	8,4
3	6,9	7,3	7,0	7,5
4	6,9	7,1	7,3	7,0
5	7,5	7,7	7,3	7,9
6	7,3	6,8	7,1	7,3

AVALIAÇÃO DO SISTEMA DE MEDIÇÃO

O sistema de medição é avaliado em termos percentuais. Quantifica-se o percentual da variabilidade total do processo que é devida ao sistema de medição, ou seja:

R&R % = 100 x R&R / VT

R&R % = 100 x 6,08 / 11,19 = 54,33%

Também é muito comum usar como base de comparação o intervalo das especificações, nesse caso, tem-se (supondo que a tolerância fosse ±10):

R&R % = 100 x R&R / Tolerância

R&R % = 100 x 6,08 / 20 = 30,40 %

Quando esse percentual é baixo, digamos inferior a 20%, o sistema de medição tem bom poder discriminatório, ou seja, discrimina entre peças boas e ruins.

O número de níveis distintos (Nc de categorias do produto) que pode ser identificado com clareza é determinado usando:

$Nc = 1,41 \times \sigma_p / \sigma_m$

Se Nc é menor que dois, o sistema de medição não tem utilidade para o controle do processo, não se consegue distinguir uma peça da outra, tudo pode ser erro de medição.

Se Nc é igual a dois ou três, os dados podem ser classificados em alto / baixo ou centrado / fora do centro. Nesse caso, o que se tem é apenas uma avaliação qualitativa, tipo atributo (bom ou ruim, dentro ou fora).

Esse é exatamente o caso do exemplo, onde se tem:

Nc = 1,41 x 1,83 / 1,18 = 2,19

Nc deve ser maior que cinco para que o sistema de medição seja aceitável (efetivo) no controle do processo.

R&R > 20%	Sistema de medição inaceitável, não discrimina entre as peças, não é confiá-vel na classificação de peças dentro/fora das especificações	
R&R < 20%		Sistema de medição muito bom, eficiente na classificação de peças dentro/fora das especificações, capaz de identificar várias categorias, contribuindo para a melhoria contínua
	Nc < 5	Nc > 5

ESTUDOS DE R&R

Na sequência serão apresentados os três métodos que podem ser usados para um estudo de Repetitividade e Reprodutibilidade. Esses métodos são os seguintes:

O Método da amplitude

O Método da média e amplitude (já visto anteriormente)

O Método da ANOVA

O primeiro método tem uma coleta de dados simplificada; os outros dois métodos seguem basicamente o mesmo procedimento de coleta de dados, o que muda é o formulário de análise.

O MÉTODO DA AMPLITUDE (ESTUDO RÁPIDO DE R&R)

O método da amplitude fornece uma primeira avaliação do sistema de medição, sem chegar a decompor a variabilidade em R & R. Tipicamente, esse método é empregado usando-se dois operadores e 5 a 10 peças, sendo que cada operador realiza uma única medida sobre cada peça.

Peças	Operador A	Operador B	Amplitude
1	2,12	2,16	0,04
2	2,15	2,17	0,02
3	2,08	2,08	0,00
4	2,10	2,12	0,02
5	2,10	2,11	0,01

Amplitude média: $R_{bar} = \Sigma R_i / 5 = 0,018$

$\sigma_m = R_{bar} / d_2 = 0{,}018 / 1{,}19 = 0{,}0151$

(d_2 obtido da tabela 2, usando m = 2, g = 5)

R&R = 5,15 σ_m = 5,15 x 0,0151 = 0,0778

Seja: Tolerância = ± 0,10

R&R% = 100 x 0,0778 / 0,20 = 38,9%

É usual considerar o seguinte:

R&R% < 10%==> sistema é aceito

10 < R&R% < 30%==> sistema ***pode*** ser aceito

R&R% > 30%==> sistema é rejeitado

Nota:

Vejam que nesse caso a amplitude R registrada contém tanto o erro do instrumento + operador (repetitividade) como o erro entre operadores (reprodutibilidade). Nesse estudo rápido não se pode distinguir entre essas fontes de variabilidade.

Exercício 73

Os dados a seguir representam medições de transparência efetuadas em vidros para uso na indústria automotiva. Analise os dados através de um estudo rápido de ReR. Sabendo que a variabilidade natural do processo é 6 sigma = 11,2 , qual a sua conclusão a respeito da adequação do sistema de medição ?

Peça	Operador 1	Operador 2
1	75	75
2	78	79
3	76	78
4	80	79
5	82	84
6	78	78
7	80	81

MÉTODO DA MÉDIA E AMPLITUDE (ESTUDO FORMAL DE R&R)

O método da média e amplitude permite distinguir entre as duas fontes de variação (Repetitividade e Reprodutibilidade), quantificando a contribuição de cada uma delas para a variabilidade total. Para que isso possa ser feito, cada operador deve executar mais de uma medição sobre a mesma peça (em geral duas ou três medições).

É importante investigar a causa da variabilidade, pois isso irá orientar a respeito das medidas a serem tomadas para a melhoria do sistema de medição. Por exemplo, se a repetitividade for ruim, talvez seja necessário um treinamento geral dos operadores, ou a aquisição de instrumentos mais precisos, de leitura mais fácil. Por outro lado, se a reprodutibilidade for ruim, talvez seja necessário padronizar os procedimentos de medição ou fornecer treinamento específico a alguns dos operadores.

O quadro a seguir sumariza os cálculos a serem feitos em um estudo formal e na sequência apresenta-se um exemplo.

Tabela 30

Repetitividade (variação do equipamento) $R_{bar} = (R_A + R_B + ...) / N^o$ de operadores $\sigma_e = R_{bar} / d_2$ $VE = 5{,}15\ \sigma_e$	VE % = 100 x VE / VT ou VE % = 100 x VE / Tol.
Reprodutibilidade (variação do operador) $R_o = (X_{bar}\ max - X_{bar}\ min)$ (entre operadores) VO = $\sqrt{\left(5{,}15\frac{R_o}{d_2}\right)^2 - \frac{(5{,}15\times\sigma_e)^2}{nr}}$ $\sigma_o = VO / 5{,}15$	VO % = 100 x VO / VT ou VO % = 100 x VO / Tol.
Repetitividade e Reprodutibilidade $\sigma_m = \sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_o^2}$ $R\&R = 5{,}15\ \sigma_m$ ou $R\&R = \sqrt{VE^2 + VO^2}$	R&R % = 100 x R&R / VT ou R&R % = 100 x R&R / Tol.
Variação peça a peça $R_p = (X_{bar}\ max - X_{bar}\ min)$ (entre peças) $\sigma_p = R_p / d_2$ $VP = 5{,}15\ \sigma_p$	VP % = 100 x VP / VT ou VP % = 100 x VP / Tol.
Variação total $VT = \sqrt{R\&R^2 + VP^2}$	

onde n = número de peças e r = número de ciclos de medição; para achar d_2 usar tabela, sendo que para repetitividade g > 15 e para reprodutibilidade g = 1.

Para a aceitação do sistema de medição é usual usar o seguinte:

R&R% < 10%==> sistema é aceito
10 < R&R% < 30%==> sistema ***pode*** ser aceito
R&R% > 30%==> sistema é rejeitado

Exemplo:

Os dados a seguir representam medições da dimensão de uma peça mecânica cuja especificação é 0,2550 ± 0,0020. Foram anotados os dois últimos algarismos de leitura, ou seja, ***47*** = 0,25***47.***

	Operador A			Operador B			Operador C			
Ciclos / Peça	1a	2a	R	1a	2a	R	1a	2a	R	Média Peças
1	50	50	0	51	49	2	47	47	0	49,00
2	52	51	1	54	52	2	48	45	3	50,33
3	47	48	1	47	49	2	46	47	1	47,33
4	46	46	0	48	47	1	46	44	2	46,17
5	47	49	2	50	47	3	44	45	1	47,00
6	50	50	0	49	48	1	47	48	1	48,67
7	45	47	2	46	47	1	46	45	1	46,00
8	46	45	1	47	46	1	45	44	1	45,50
9	54	54	0	53	55	2	52	52	0	53,33
10	46	48	2	47	47	0	47	45	2	46,67
Médias		48,55	0,9		48,95	1,5		46,50	1,2	

Repetitividade (variação do equipamento)

$R_{bar} = (R_A + R_B + R_c) / 3 = (0,9 + 1,5 + 1,2) / 3 = 1,20$

$\sigma_e = R_{bar} / d_2 = 1,20 / 1,128 = 1,064$ usando m=2, g>15

$VE = 5,15\ \sigma_e = 5,15 \times 1,064 = 5,48$

Reprodutibilidade (variação do operador)

$R_o = (X_{bar}\max - X_{bar}\min) = (48,95 - 46,50) = 2,45$

$$VO = \sqrt{\left(5,15\frac{R_o}{d_2}\right)^2 - \frac{(VE)^2}{n \times r}} = \sqrt{\left(5,15\frac{2,45}{1,91}\right)^2 - \frac{(5,48)^2}{10 \times 2}} = 6,49$$

$\sigma_o = VO / 5,15 = 6,49 / 5,15 = 1,26$ usando m = 3, g =1

Repetitividade e Reprodutibilidade

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_o^2} = \sqrt{1,064^2 + 1,26^2} = 1,649$$

$$R\&R = \sqrt{VE^2 + VO^2} = \sqrt{5,48^2 + 6,49^2} = 8,49$$

Variação peça-a-peça

$R_p = (X_{bar}\max - X_{bar}\min) = 53,33 - 45,50 = 7,83$

$\sigma_p = R_p / d_2 = 7{,}83 / 3{,}18 = 2{,}462$ usando $m = 10$, $g = 1$

$VP = 5{,}15\ \sigma_p = 5{,}15 \times 2{,}462 = 12{,}68$

Variação total

$$VT = \sqrt{R\&R^2 + VP^2} = \sqrt{8{,}49^2 + 12{,}68^2} = 15{,}26$$

Em termos percentuais, para esse exemplo, tem-se:

Repetitividade:VE % = $100 \times 5{,}48 / 15{,}26 = 35{,}9$ %

Reprodutibilidade:VO % = $100 \times 6{,}49 / 15{,}26 = 42{,}5$%

R&R:R&R % = $100 \times 8{,}49 / 15{,}26 = 55{,}6$%

Peça-a-peça:VP % = $100 \times 12{,}68 / 15{,}26 = 83{,}1$%

Como o valor de R&R % é elevado, conclui-se que o sistema de medição possui muita variabilidade e precisa ser melhorado.

Exercício 74

Os dados a seguir foram obtidos junto a um sistema de medição de vazão. Faça um estudo formal de R&R, estime todas as parcelas de variabilidade e conclua sobre o sistema de medição (obs: as especificações para esse processo são de 65 < vazão < 80)

	Operador 1		Operador 2		Operador 3		Operador 4	
Dia	1a	2a	1a	2a	1a	2a	1a	2a
1	70	70	71	72	71	70	73	72
2	73	71	71	74	70	71	74	72
3	69	68	70	70	69	68	72	71
4	68	74	71	74	71	71	74	74
5	69	68	71	70	68	70	71	73
6	67	68	71	69	67	67	70	72
7	69	70	72	72	70	69	73	72
8	68	69	69	69	71	67	71	73

O MÉTODO DA ANÁLISE DE VARIÂNCIA

A análise de variância (ANOVA) é uma técnica estatística que pode ser usada para o estudo da variabilidade de um sistema de medição.

Usando a ANOVA, a variabilidade pode ser decomposta em quatro fontes: peças, operadores, interação entre peças x operadores e erro de replicação devido ao dispositivo de medição.

As vantagens da ANOVA são que ela pode lidar com qualquer arranjo experimental, permite uma estimativa mais precisa das variâncias e permite extrair mais informação.

Os dados devem ser coletados de maneira aleatória, obtendo-se uma planilha similar àquela do método da média e amplitude.

Então, parte-se para o cálculo das Somas Quadradas, usando-se o seguinte formulário (onde n = No de peças, k = No de operadores, r = No de ciclos):

Eq 93 - Termo de correção:

$$TC = \frac{T_{...}^2}{n \times k \times r}$$

Eq 94 - SQ Peças:

$$SQp = \frac{\sum T_{i..}^2}{k \times r} - TC$$

Eq 95 - SQ Operadores:

$$SQo = \frac{\sum T_{.j.}^2}{n \times r} - TC$$

Eq 96 - SQ Peças x Operadores:

$$SQpo = \frac{\sum T_{ij.}^2}{r} - SQp - SQo - TC$$

Eq 97 - SQ Total:

$$SQT = \sum x_{ijk}^2 - TC$$

Eq 98 - SQ Erro: SQe = SQT - SQp - SQo - SQpo

A planilha de dados é preparada conforme segue, supondo um exemplo com 10 peças, 3 operadores, 2 ciclos de medições:

	Operadores			
Peças	1	2	3	Totais $T_{i..}$
1	x x	x x	x x	$T_{1..}$
2	x x	x x	x x	$T_{2..}$
:	: :	x_{ij1} x_{ij2}	: :	:
:	: :	: :	: :	:
10	x x	x x	x x	$T_{10..}$
Totais $T_{.j.}$	$T_{.1.}$	$T_{.2.}$	$T_{.3.}$	$T_{...}$

Calculadas as somas quadradas, a tabela ANOVA resulta:

Fonte de Variação	SQ	GL	MQ = SQ / GL	Teste F
Peças	SQp	n-1	MQp	MQp/MQpo
Operadores	SQo	k-1	MQo	MQo/MQpo
Peças x Operadores	SQpo	(n-1)(k-1)	MQpo	MQpo/MQe
Dispositivo (erro)	SQe	nk(r-1)	MQe	
Total	SQT	nkr-1		

Então, compara-se os valores calculados de F com os valores tabelados da distribuição F. Recomenda-se usar um nível de significância α = 0,05.

Se os valores calculados forem maiores que os tabelados, então a variabilidade provocada pelo termo correspondente é significativa.

A interpretação de efeitos significativos é a seguinte:

Peças significativo: Esse é um resultado desejável, indica que a variabilidade entre peças é maior que aquela devida ao dispositivo de medição.

Operadores significativo: Esse resultado não é bom ou ruim, mas indica que a variabilidade entre operadores é maior que aquela devida ao dispositivo de medição.

Interação significativo: Esse resultado não é esperado; em um estudo deste tipo, não há motivos para existir uma interação significativa entre peças e operadores. É preciso investigar o que ocorreu e talvez o estudo tenha que ser refeito.

Resultando o usual, ou seja, interação não significativa, é fortemente recomendado agregar a soma quadrada da interação ao erro, criando um termo de erro mais forte estatisticamente, com um maior número de graus de liberdade.

Eq 99 : SQagr = SQe + SQpo

Eq 100 : GLagr = nk(r-1) + (n-1)(k-1) = nkr-n-k+1

Nesse caso a Tabela ANOVA resulta

Fonte de Variação	SQ	GL	MQ = SQ / GL	Teste F
Peças	SQp	n-1	MQp	MQp/MQagr
Operadores	SQo	k-1	MQo	MQo/MQagr
Dispositivo + interação (erro)	SQagr	nkr-n-k+1	MQagr	
Total	SQT	nkr-1		

A interpretação do teste F para peças e operadores segue a mesma lógica vista acima. A partir das MQ é possível estimar os componentes de variação usando o seguinte formulário:

Para o caso em que a interação é significativa:

$VE = 5,15\sqrt{MQe}$ $VO = 5,15\sqrt{\frac{MQo - MQpo}{n \times r}}$ $VP = 5,15\sqrt{\frac{MQp - MQpo}{k \times r}}$	$\text{Interação} = 5,15\sqrt{\frac{MQpo - MQe}{r}}$ $R\&R = \sqrt{VE^2 + VO^2 + I^2}$ $VT = \sqrt{R\&R^2 + VP^2}$

Para o caso em que a interação não é significativa:

$VE = 5,15\sqrt{MQagr}$ $VO = 5,15\sqrt{\frac{MQo - MQagr}{n \times r}}$ $VP = 5,15\sqrt{\frac{MQp - MQagr}{k \times r}}$	$R\&R = \sqrt{VE^2 + VO^2}$ $VT = \sqrt{R\&R^2 + VP^2}$

Nota: Se a estimativa de algum componente de variação resultar negativa, adota-se que seu valor é igual a zero.

A contribuição percentual de cada parcela pode ser avaliada conforme visto antes, ou seja, dividindo pela variação total do processo ou pela tolerância:

Eq 101 - Repetitividade: VE % = 100 x VE / VT

Eq 102 - Reprodutibilidade: VO % = 100 x VO / VT

Eq 103 - R&R: R&R % = 100 x R&R / VT

Eq 104 - Peça a peça: VP % = 100 x VP / VT

Os dados do exemplo anterior, que foram analisados usando o método da média e amplitude, também podem ser analisados via ANOVA:

Ciclos / Peças	Operador A 1a	Operador A 2a	Operador B 1a	Operador B 2a	Operador C 1a	Operador C 2a	Totais Ti..
1	50	50	51	49	47	47	294
2	52	51	54	52	48	45	302
3	47	48	47	49	46	47	284
4	46	46	48	47	46	44	277
5	47	49	50	47	44	45	282
6	50	50	49	48	47	48	292
7	45	47	46	47	46	45	276
8	46	45	47	46	45	44	273
9	54	54	53	55	52	52	320
10	46	48	47	47	47	45	280
Totais T.j.	971		979		930		2880

Utilizando o formulário fornecido, chega-se as seguintes somas quadradas:

Fonte de Variação	SQ	GL	MQ = SQ / GL	Teste F
Peças	313,0	9	34,8	18,3
Operadores	69,1	2	34,6	18,2
Peças x Operadores	34,9	18	1,9	1,7
Dispositivo (erro)	33,0	30	1,1	
Total	450,0	59		

Os valores tabelados de F são os seguintes:

Para peças:$F_{0,05}(9,18) = 2,46$

Para operadores: $F_{0,05}(2,18) = 3,55$

Para a interação: $F_{0,05}(18,30) = 1,95$

Como pode ser visto, peças e operadores são significativos (F calculado > F tabelado), mas a interação não é significativa. De acordo com o procedimento recomendado, aglutina-se a interação ao erro:

SQagr = 34,9 + 33,0 = 67,9

GLagr = 18 + 30 = 48

E a tabela ANOVA é refeita:

Fonte de Variação	SQ	GL	MQ = SQ / GL	Teste F
Peças	313,0	9	34,8	24,6
Operadores	69,1	2	34,6	24,4
Dispositivo + Interação (erro)	67,9	48	1,41	
Total	450,0	59		

Confirma-se a significância de peças e operadores e a estimativa dos componentes de variação resulta:

$$VE = 5{,}15\sqrt{MQagr} = 5{,}15\sqrt{1{,}41} = 6{,}12$$

$$VO = 5{,}15\sqrt{\frac{MQo - MQagr}{n \times r}} = 5{,}15\sqrt{\frac{34{,}6 - 1{,}41}{10 \times 2}} = 6{,}63$$

$$VP = 5{,}15\sqrt{\frac{MQp - MQagr}{k \times r}} = 5{,}15\sqrt{\frac{34{,}8 - 1{,}41}{3 \times 2}} = 12{,}14$$

$$R\,\&\,R = \sqrt{VE^2 + VO^2} = \sqrt{6{,}12^2 + 6{,}63^2} = 9{,}02$$

$$VT = \sqrt{R\,\&\,R^2 + VP^2} = \sqrt{9{,}02^2 + 12{,}14^2} = 15{,}12$$

Essas estimativas são mais precisas que aquelas obtidas usando o método da média e amplitude. As diferenças, no entanto, não são muito grandes.

Exercício 75

Reanalise os dados do exercício 74 usando o método da ANOVA. Calcule todas as parcelas de variabilidade e verifique se os resultados coincidem com os obtidos anteriormente.

ESTUDOS INCLUINDO A VARIAÇÃO PRÓPRIA DA PEÇA

Usualmente, a variação própria da peça (ovalização, conicidade, etc.) não é significativa e é considerada como parte constituinte da variação do sistema de medição.

No entanto, em alguns casos a variação própria da peça é significativa e podem existir motivos que justifiquem a sua avaliação independente.

Tanto o método da ANOVA quanto o método da média e amplitude podem ser extendidos para incluir essa parcela de variabilidade.

Em ambos os casos, a coleta de dados precisa ser ampliada, incluindo uma investigação mais completa da peça, que é girada 360^o e/ou investigada ao longo de seu comprimento, para verificar a conicidade. Então, em cada ciclo de medições são anotados dois valores, mais especificamente, a leitura mínima e máxima. A coleta de dados resulta conforme o exemplo que aparece na próxima página.

Os cálculos de Repetitividade, Reprodutibilidade e variação peça a peça seguem o mesmo formulário visto anteriormente. O cálculo de variação dentro da peça é novo, e a variação total passa a incluir mais essa parcela. Todos os cálculos são apresentados a seguir:

Repetitividade (variação do equipamento)

$\sigma_e = R_{bar} / d_2 = 1{,}90 / 1{,}128 = 1{,}684$ usando ciclos = 2, g > 15

$VE = 5{,}15\ \sigma_e = 5{,}15 \times 1{,}684 = 8{,}675$

Reprodutibilidade (variação do operador)

$$VO = \sqrt{\left(5{,}15\frac{R_o}{d_2}\right)^2 - \frac{(VE)^2}{n \times r}} = \sqrt{\left(5{,}15\frac{2{,}30}{1{,}91}\right)^2 - \frac{(8{,}675)^2}{10 \times 2}} = 5{,}89$$

σ_o = VO / 5,15 = 5,89 / 5,15 = 1,143 usando operadores = 3, g =1

Repetitividade e Reprodutibilidade

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_o^2} = \sqrt{1{,}684^2 + 1{,}143^2} = 2{,}035$$

$$R\&R = \sqrt{VE^2 + VO^2} = \sqrt{8{,}675^2 + 5{,}89^2} = 10{,}48$$

Variação peça-a-peça

$\sigma_p = R_p / d_2$ = 10,58 / 3,18 = 3,327 usando peças = 10, g = 1

VP = 5,15 σ_p = 5,15 x 3,327 = 17,134

Variação dentro da peça

$\sigma_{XbarVDP} = R_{XbarVDP} / d_2$ = 1,50 / 3,18 = 0,472 usando peças = 10, g =1

VE_{VDP} = 5,15 R_{amp} / d_2 = 5,15.1,40 / 1,41 = 5,114 usando ciclos = 2, g =1

$$VDP = Xbar_{VDP} + \frac{1}{2}\sqrt{(5{,}15 \times \sigma_{XbarVDP})^2 - \frac{(VE_{VDP})^2}{n_{VDP} \times r}}$$

$$VDP = 3{,}70 + \frac{1}{2}\sqrt{(5{,}15 \times 0{,}472)^2 - \frac{(5{,}114)^2}{3 \times 2}} = 4{,}323$$

Exemplo de aplicação do método da média e amplitude

Em um estudo que inclui a variação própria da peça:

		Operador A			Operador B			Operador C			Médias	
Peça		1a	2a	R	1a	2a	R	1a	2a	R	Peças	vdp
1	Max	90	89	1	87	90	3	89	88	1		
	Min	88	88	0	83	86	3	83	82	1	86,92	
	Rvdp	2	1	1	4	4	0	6	6	0		3,83
2	Max	90	92	2	87	87	0	91	88	3		
	Min	88	89	1	83	82	1	85	84	1	87,17	
	Rvdp	2	3	1	4	5	1	6	4	2		4,00
3	Max	94	90	4	88	86	2	94	91	3		
	Min	89	87	2	86	85	1	90	88	2	89,00	
	Rvdp	5	3	2	2	1	1	4	3	1		3,00
4	Max	86	89	3	87	83	4	87	88	1		
	Min	84	85	1	82	81	1	85	85	0	85,17	
	Rvdp	2	4	2	5	2	3	2	3	1		3,00
5	Max	86	85	1	86	83	3	88	85	3		
	Min	82	80	2	80	80	0	83	81	2	83,25	
	Rvdp	4	5	1	6	3	3	5	4	1		4,50
6	Max	87	90	3	84	86	2	90	86	4		
	Min	83	85	2	81	83	2	85	83	2	85,25	
	Rvdp	4	5	1	3	3	0	5	3	2		3,83
7	Max	87	89	2	86	89	3	87	90	3		
	Min	83	86	3	83	84	1	84	87	3	86,25	
	Rvdp	4	3	1	3	5	2	3	3	0		3,50
8	Max	85	88	3	86	85	1	85	87	2		
	Min	82	84	2	81	82	1	84	82	2	84,25	
	Rvdp	3	4	1	5	3	2	1	5	4		3,50
9	Max	84	82	2	83	81	2	85	82	3		
	Min	80	78	2	78	79	1	81	78	3	80,92	
	Rvdp	4	4	0	5	2	3	4	4	0		3,83
10	Max	95	94	1	92	92	0	93	95	2		
	Min	90	91	1	86	89	3	90	91	1	91,50	
	Rvdp	5	3	2	6	3	3	3	4	1		4,00
Médias			86,85	1,9		84,55	1,7		86,5	2,1		
Amplitude entre médias de operadores					Ro				2,30			
Amplitude entre medições					Rbar					1,90		
Amplitude entre médias de peças					Rp						10,58	
Média da variação dentro da peça					$Xbar_{VDP}$							3,70
Amplitude das médias da variação dentro da peça					$R_{XbarVDP}$							1,50
(Soma) e Ramp				(12)			(18)			(12)		1,40

Eq 105 - Variação total $VT = \sqrt{R\,\&\,R^2 + VP^2 + VDP^2}$

$$VT = \sqrt{10{,}48^2 + 17{,}134^2 + 4{,}323^2} = 20{,}54$$

Em termos percentuais, para esse exemplo, tem-se:

Repetitividade: VE % = 100 × 8,675 / 20,54 = 42,23%

Reprodutibilidade: VO % = 100 × 5,89 / 20,54 = 28,68%

R&R: R&R % = 100 × 10,48 / 20,54 = 51,02%

Peça a peça: VP % = 100 × 17,134 / 20,54 = 83,42%

Dentro da peça: VDP % = 100 × 4,323 / 20,54 = 21,05%

O valor de R&R % é muito alto; conclui-se que o sistema de medição possui muita variabilidade e precisa ser melhorado. A variação dentro da peça também é elevada e os procedimentos de medição devem considerar isso.

Exercício 76

Os dados a seguir representam medições feitas sobre o cano de uma pistola automática. Sabendo que as especificações para essa medida são 125 +/- 5,0 , faça um estudo do sistema de medição, estimando as parcelas de variabilidade correspondentes ao equipamento, operador, peça-a-peça e dentro da peça. O sistema de mediçãoé satisfatório ?

		Operador 1			Operador 2		
Peça		1ª	2a	3a	1a	2a	3a
1	Max	124,8	124,7	123,9	123,4	124,1	123,6
	Min	122,4	122,2	121,8	121,0	121,9	122,6
2	Max	126,2	127,1	126,8	127,0	127,3	126,7
	Min	124,7	126,1	124,5	124,7	125,5	125,0
3	Max	124,2	124,4	124,8	125,1	125,4	124,8
	Min	122,8	121,7	121,7	121,7	122,3	121,8
4	Max	126,8	127,7	127,4	127,1	126,4	127,1
	Min	124,8	123,9	124,6	124,2	124,7	124,7
5	Max	126,3	126,8	126,9	127,2	127,4	127,3
	Min	125,2	125,2	124,5	125,7	125,5	125,2
6	Max	126,1	126,1	126,8	126,4	126,6	126,1
	Min	124,6	124,4	123,7	124,3	123,6	123,2
7	Max	125,0	124,6	124,5	124,9	124,1	124,4
	Min	123,3	123,1	123,0	123,3	122,9	122,8
8	Max	126,8	127,5	127,2	127,1	127,0	126,4
	Min	125,2	124,6	124,5	125,5	125,2	125,1

USO DA ANOVA NO ESTUDO DA VARIAÇÃO PRÓPRIA DA PEÇA

A ANOVA também pode ser usada na análise de estudos que incorporam a variação dentro da peça. Nesse caso, além de operadores e peças, também se considera um terceiro fator, qual seja, a variabilidade dentro da peça.

A tabela ANOVA fica mais extensas, aparecem várias interações (peças x operadores, peças x dentro de peças, operadores x dentro de peças) e a análise segue os procedientos estatísticos usuais.

O esperado é que nenhuma das interações seja significativa; por outro lado, a variabilidade dentro das peças pode ou não ser significativa. Se ela for significativa, os procedimentos de medição devem levar isso em conta.

A Tabela com os mesmos dados do exemplo anterior, mas dispostos de forma adequada para a Análise de Variância, e a própria tabela ANOVA, obtida com o uso de pacotes estatísticos, aparecem logo a seguir

		Operador A		Operador B		Operador C		Totais
Peça		1a	2a	1a	2a	1a	2a	$T_{i..}$
1	Max	90	89	87	90	89	88	
	Min	88	88	83	86	83	82	1043
2	Max	90	92	87	87	91	88	
	Min	88	89	83	82	85	84	1046
3	Max	94	90	88	86	94	91	
	Min	89	87	86	85	90	88	1068
4	Max	86	89	87	83	87	88	
	Min	84	85	82	81	85	85	1022
5	Max	86	85	86	83	88	85	
	Min	82	80	80	80	83	81	999
6	Max	87	90	84	86	90	86	
	Min	83	85	81	83	85	83	1023
7	Max	87	89	86	89	87	90	
	Min	83	86	83	84	84	87	1035
8	Max	85	88	86	85	85	87	
	Min	82	84	81	82	84	82	1011
9	Max	84	82	83	81	85	82	
	Min	80	78	78	79	81	78	971
10	Max	95	94	92	92	93	95	
	Min	90	91	86	89	90	91	1098
Totais	T.j.		3474		3382		3460	10316

Totais das leituras máximas e mínimas (T..k) :

$T_{..1} = 5269$

$T_{..2} = 5047$

Fonte	**SQ**	**GL**	**MQ**	**F**	**Sig.**
Peça	950,70	9	105,63	25,6	Sim
Operador	122,87	2	61,43	14,9	Sim
Dentro	410,70	1	410,70		
Peça * operador	74,30	18	4,13	1,8	não
Peça * dentro	5,80	9	0,64	0,6	não
Operador * dentro	0,80	2	0,40	0,4	não
Peça * operador * dentro	19,70	18	1,09	0,5	não
Erro	141,00	60	2,35		
Total	1725,87	119			

Nesta análise, Peças e Operadores são fatores a níveis aleatórios, enquanto que "Dentro" é um fator a níveis fixos. Nesse caso, os testes F são feitos como segue:

Fonte	**Teste F**
Peça	MQp / MQpo
Operador	MQo / MQpo
Dentro	Não disponível *
Peça * operador	MQpo / MQe
Peça * dentro	MQpd / MQpdo
Operador * dentro	MQod / MQpdo
Peça * operador * dentro	MQpod / MQe

Não existe um teste exato para a variação dentro das peças, mas se algumas interações não forem significativas, então podem ser usadas as alternativas apresentadas abaixo:

Termos não significativos	**Teste F**
Pd	MQd / MQod
Od	MQd / MQpd
od e pd	MQd / MQpod
od, pd e pod	MQd / MQe

Conforme mencionado anteriormente, o esperado é que nenhuma das interações sejam significativas. Nesse caso, todas as interações podem ser agregadas ao erro, e os cálculos para a ANOVA ficam facilitados:

Eq 106 - Termo de correção:

$$TC = \frac{T_{...}^{2}}{n \times 2 \times k \times r}$$

	Somas quadradas	Componentes de variação
Peça	$SQp = \frac{\sum T_{i..}^2}{2 \times k \times r} - TC$	$\sigma_p = \sqrt{\frac{MQp - MQagr}{2 \times k \times r}}$
Operador	$SQo = \frac{\sum T_{.j.}^2}{n \times 2 \times r} - TC$	$\sigma_o = \sqrt{\frac{MQo - MQagr}{n \times 2 \times r}}$
Dentro	$SQd = \frac{\sum T_{..k}^2}{n \times k \times r} - TC$	$\sigma_d = \sqrt{\frac{MQd - MQagr}{n \times k \times r}}$
Total	$SQT = \sum x_{ijkl}^2 - TC$	
Erro (Agregado)	SQe = SQT - SQp - SQd - SQo	$\sigma_e = \sqrt{MQagr}$

De forma que a Tabela ANOVA resulta:

Fonte de Variação	SQ	GL	MQ = SQ / GL	Teste F
Peças	SQp	n-1	MQp	MQp/MQagr
Operadores	SQo	k-1	MQo	MQo/MQagr
Dentro	SQd	1	MQd	MQd/MQagr
Erro (Agregado)	SQagr	2nkr-n-k	MQagr	
Total	SQT	2nkr-1		

Para os dados do exemplo, teríamos:

Fonte de Variação	SQ	GL	MQ = SQ / GL	Teste F
Peças	950,7	9	105,6	46,8
Operadores	122,9	2	61,4	27,2
Dentro	410,7	1	410,7	181,9
Erro (Agregado)	241,6	107	2,26	
Total	1725,9	119		

E as estimativas dos componentes de variação resultam:

Peça	$\sigma_p = \sqrt{\dfrac{MQp - MQagr}{2 \times k \times r}}$	$\sigma_p = \sqrt{\dfrac{105{,}6 - 2{,}26}{2 \times 3 \times 2}} = 2{,}93$
Operador	$\sigma_o = \sqrt{\dfrac{MQo - MQagr}{n \times 2 \times r}}$	$\sigma_o = \sqrt{\dfrac{61{,}4 - 2{,}26}{10 \times 2 \times 2}} = 1{,}22$
Dentro	$\sigma_d = \sqrt{\dfrac{MQd - MQagr}{n \times k \times r}}$	$\sigma_d = \sqrt{\dfrac{410{,}7 - 2{,}26}{10 \times 3 \times 2}} = 2{,}61$
Erro (Agregado)	$\sigma_e = \sqrt{MQagr}$	$\sigma_e = \sqrt{2{,}26} = 1{,}50$

Repetitividade (variação do equipamento)

VE = 5,15 σ_e = 5,15 x 1,50 = 7,73

Reprodutibilidade (variação do operador)

VO = 5,15 σ_o = 5,15 x 1,22 = 6,28

Repetitividade e Reprodutibilidade

R&R = $\sqrt{VE^2 + VO^2}$ = $\sqrt{7{,}73^2 + 6{,}28^2}$ = 9,96

Variação peça-a-peça

VP = 5,15 σ_p = 5,15 x 2,93 = 15,09

Variação dentro da peça

A variação dentro da peça, por apresentar níveis fixos (mínimo e máximo), deve ser calculada somando-se *média da diferença + variabilidade da diferença*. Para fazer isso, primeiro calcula-se para cada peça a média da VDP; depois, usando-se essas médias acha-se $\bar{\bar{X}}_{VDP}$ e σ_{VDP} ; finalmente, usando a expressão abaixo, calcula-se a VDP (faixa de 99%):

VDP = $\bar{\bar{X}}_{VDP} + \dfrac{1}{2} \times 5{,}15 \times \sigma_{VDP}$ = 3,70 + $\dfrac{1}{2} \times 5{,}15 \times 0{,}463$ = 4,89

Variação total

VT = $\sqrt{R\&R^2 + VP^2 + VDP^2}$

VT = $\sqrt{9{,}96^2 + 15{,}09^2 + 4{,}89^2}$ = 18,73

Em termos percentuais, para esse exemplo, tem-se:

Repetitividade:VE % = 100 . 7,73 / 18,73 = 41,27%

Reprodutibilidade:VO % = 100 . 6,28 / 18,73 = 33,52%

R&R:R&R % = 100 . 9,96 / 18,73 = 53,18%

Peça-a-peça:VP % = 100 . 15,09 / 18,73 = 26,10%

Dentro da peça:VDP % = 100 . 13,44 / 22,53 = 59,7%

Os resultados coincidem com aqueles obtidos pelo método da média e amplitude. O sistema de medição é rejeitado, pois existem problemas de Repetitividade e Reprodutibilidade.

Além disso, a variabilidade dentro da peça é significativa, e deve ser levada em conta no processo de medição.

Exercício 77

Analise novamente os dados do exercício 76, desta vez usando o método da ANOVA e supondo que as interações não são significativas. Verifique se os resultados coincidem aproximadamente.

SISTEMAS DE MEDIÇÃO DE ATRIBUTOS

Em muitas operações industriais o controle é feito pela monitorização de atributos, atribuindo-se um julgamento do tipo bom/ruim para cada unidade inspecionada.

Para avaliar a consistência e uniformidade dos critérios de julgamento pode-se efetuar um estudo do sistema de medição.

Esse estudo é feito selecionando-se uma amostra aleatória de peças (50 ou mais) e fazendo com que dois ou mais operadores inspecionem esse conjunto de peças em duas ou mais oportunidades.

O tamanho da amostra deve ser tal que apareçam ao menos 10 defeituosos. Então, independentemente do tamanho da amostra, guarda-se apenas as observações classificadas em ao menos uma oportunidade como defeituosas. A tabela a seguir ilustra como deve ser feita a análise para o caso de três operadores avaliando duas vezes cada unidade:

	Operador 1		**Erros**	**Operador 2**		**Erros**	**Operador 3**		**Erros**	**Erros**
Peça	**1**	**2**	**Repet**	**1**	**2**	**Repet**	**1**	**2**	**Repet**	**Repro**
7		1	1		1	1		1	1	0
23			0			0		1	1	1
29	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0
51	1	1	0			0			0	2
75		1	1		1	1			0	1
121	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0
124		1	1		1	1	1		1	0
152	1	1	0			0			0	2
160		1	1	1		1			0	1
178	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0
179		1	1	1		1	1		1	0
191	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0
Totais			5			5			4	
Totais									14	7

Nota: Nas colunas dos operadores, 1 representa a classificação da peça como defeituosa.

Foram encontradas 14 discrepâncias de repetitividade, quando o máximo seria 36 (3 operadores x 12 peças = 36). Assim, o percentual de discrepâncias de repetitividade é estimado como:

Repetitividade % = 14 / 36 = 39%

Ao mesmo tempo, as discrepâncias de reprodutibilidade, avaliadas como a amplitude entre as contagens de defeituosos feitas por cada operador sobre cada peça, alcançaram o valor de 7. O máximo possível seria 24 (12 peças x número de ciclos que geram o número de discrepância nas observações = 24)

Reprodutibilidade % = 7 / 24 = 29%

De forma geral, se os erros de repetitividade ou de reprodutibilidade não ultrapassarem a 20%, o sistema é aceito. Neste exemplo, tanto a repetitividade como a reprodutibilidade ultrapassarem 20%; portanto, o sistema de medição precisa ser melhorado nesses dois aspectos.

A análise das discrepâncias nos julgamentos irá revelar se há problemas no sistema de medição. Os problemas mais comuns em sistemas de medição de atributos são os seguintes:

A definição de não-conformidade e não-conforme é deficiente, deixando margem para dúvidas.

Os operadores não estão suficientemente treinados a respeito da definição.

Há diferenças entre os gabaritos usados por diferentes operadores.

Exercício 78

Os dados a seguir foram obtidos junto à inspeção final na montagem de caixas de alto-falantes. Avalie esse sistema de medição quanto a repetitividade e quanto a reprodutibilidade. O sistema é satisfatório ?

	Operador 1			**Operador 2**		
Ciclos	**1**	**2**	**3**	**1**	**2**	**3**
Peça						
4	0	1	1	1	1	1
8	0	0	1	1	1	1
21	1	1	1	1	1	1
23	1	1	0	1	1	1
30	0	0	0	1	0	0
37	1	1	0	1	1	1
44	1	1	1	1	1	1
61	1	1	1	1	1	1
63	0	0	0	0	1	1
71	1	1	1	1	1	1
88	0	0	0	0	0	1
94	1	1	1	1	1	1

EXERCÍCIOS

Exercício 79

Os dados a seguir se referem a medições da potência do feixe de laser de um aparelho de CD. As especificações para essa característica são 0,45 +/- 0,15 mW. Analise esses dados usando o método da média e amplitude. Calcule todas as parcelas de variação e conclua a respeito da adequação do sistema de medição.

	Operador 1		Operador 2		Operador 3	
Ciclos	**1a**	**2a**	**1a**	**2a**	**1a**	**2a**
Aparelho						
1	0,60	0,58	0,54	0,58	0,59	0,60
2	0,40	0,40	0,39	0,36	0,41	0,38
3	0,41	0,44	0,39	0,38	0,44	0,42
4	0,62	0,62	0,54	0,58	0,60	0,56
5	0,40	0,45	0,43	0,41	0,40	0,41
6	0,46	0,50	0,41	0,44	0,49	0,42
7	0,42	0,42	0,34	0,35	0,37	0,43
8	0,45	0,48	0,38	0,39	0,48	0,45

Exercício 80

Refaça o exercício 79 usando o método da ANOVA.

Exercício 81

Os dados a seguir representam medições da dimensão de uma peça cilíndrica, com especificações 90 +/- 10. Analise esses dados usando o método da média e amplitude. Calcule todas as parcelas de variação (inclusive variação própria da peça) e conclua a respeito da adequação do sistema de medição.

		Operador 1			Operador 2		
Ciclo **Peça**		**1a**	**2a**	**3a**	**1a**	**2a**	**3a**
1	max	97,5	95,4	97,7	95,9	95,4	96,4
	min	96,2	95,3	95,2	94,6	94,5	96,3
2	max	87,5	87,5	88,7	86,8	86,5	87,4
	min	87,1	86,4	86,0	85,3	84,4	85,8
3	max	88,6	89,9	90,2	86,8	88,3	86,4
	min	87,0	88,1	87,3	86,0	87,4	85,2
4	max	93,6	92,9	93,9	92,6	93,8	93,2
	min	92,5	92,2	91,9	92,1	90,2	93,1
5	max	87,2	85,8	87,3	85,7	85,6	85,3
	min	85,9	85,4	84,8	84,9	84,4	84,5
6	max	94,0	94,4	93,1	93,7	91,2	94,0
	min	93,2	92,0	92,5	91,4	90,0	89,9
7	max	95,7	95,2	96,0	94,2	93,8	96,0

	min	94,6	94,0	94,5	93,7	93,5	91,6
8	max	90,6	89,8	90,6	89,3	91,4	90,1
	min	89,5	89,4	90,4	89,1	89,2	90,0
9	max	94,0	95,4	95,0	92,6	92,8	92,6
	min	93,0	92,5	92,3	91,6	92,1	91,6

Exercício 82

Refaça o exercício 81 usando o método da ANOVA (considere que as interações não são significativas).

Exercício 83

Os dados a seguir foram obtidos junto um posto de inspeção localizado em uma fábrica de enlatados. Avalie esse sistema de medição quanto a repetitividade e quanto a reprodutibilidade. O sistema é satisfatório ?

	Operador 1			**Operador 2**		
Avaliação	**1**	**2**	**3**	**1**	**2**	**3**
Peça						
23	1	1	1	1	1	1
48	0	1	1	1	1	1
102	1	1	1	1	1	1
155	1	1	1	1	1	1
207	0	0	0	1	0	0
315	1	1	0	1	1	1
345	1	1	1	1	1	1
347	1	1	1	1	1	1
389	0	0	1	0	1	1
434	1	1	1	1	1	1
442	0	0	1	0	0	1
491	1	1	1	1	1	1
634	0	1	1	0	1	1
689	1	1	1	1	1	1
802	1	1	1	1	1	1
855	0	0	0	1	0	0
901	1	1	0	1	0	1

(na coluna dos operadores, 1 representa a classificação da peça como defeituosa).

6 Seis Sigma

José Luis Duarte Ribeiro
Carla ten Caten

INTRODUÇÃO

Cada dia mais as empresas procuram oferecer produtos de alta qualidade. A excelência em qualidade é o motivo do sucesso de inúmeras empresas: (i) Uma empresa operando livre de erros e dentro do cronograma. (ii) Uma carta que leva apenas um dia para chegar de um ponto a outro. (iii) Uma companhia de seguros que paga o sinistro em apenas alguns dias. (iv) Um aeroporto que nunca perde uma bagagem.

Para atingir a excelência exigida pelo mercado atual, é necessário que as empresas definam os padrões de qualidade a serem alcançados e sustentados. Esta é uma necessidade imediata pois reduz: (i) Defeitos. (ii) Retrabalho. (iii) Reclamações. (iv) Tempo de operação. (v) Custos.

A competitividade faz com que as empresas reduzam custos e mantenham ou ampliem os níveis de qualidade. Uma empresa altamente competitiva: (i) Garante sua permanência no mercado. (ii) Mantém seus clientes satisfeitos. (iii) Conquista novos clientes. (iv) Aumenta os lucros empresariais.

O Avanço tecnológico e a variedade dos produtos aumentou nas ultimas décadas. Com matérias primas e componentes complexos aumenta-se também a chance de falhas. Para redução da chance de falhas, a Motorola na década de 80 desenvolveu o programa Seis Sigma para solução de problemas de qualidade.

Inicialmente, o objetivo principal era a redução da variabilidade nas características críticas do produto levando a chance de falha à praticamente zero. Contudo, o programa seis sigma transcendeu a redução da variabilidade, tornando-se uma filosofia de solução de problemas calcada no ciclo PDCA e no emprego de ferramentas de qualidade e técnicas estatísticas.

Razões podem ser apontadas para o sucesso: a) Mensuração (monetária) dos benefícios; b) Método DMAIC; c) Comprometimento da alta direção; d) Treinamento seguido de aplicação; e) Emprego de técnicas e ferramentas; f) Foco no cliente e foco financeiro.

Um programa Seis Sigma é formado por vários projetos Seis Sigmas. As técnicas e ferramentas utilizadas no Seis Sigma permitem: (i) Entender o problema. (ii) Estudar suas causas. (iii) Analisar alternativas. (iv) Implantar soluções que irão reduzir os defeitos ao padrão de poucas ocorrências por milhão. (v) Manter as melhorias implantadas.

Os resultados do Seis Sigma estão fundamentados em alguns conceitos básicos, incorporados na metodologia, como: (i) Envolvimento de todos os níveis gerenciais. (ii) Consistência do método de trabalho. (iii) Uso do raciocínio estatístico. (iv) Ênfase na aprendizagem e capacitação. (v) Foco no cliente. (vi) Foco no impacto financeiro dos projetos propostos.

A MOTOROLA E O SEIS SIGMA

Nos anos 70 o mercado norte-americano sofreu a competitividade de empresas japonesas. Com veículos mais econômicos, maior durabilidade e confiabilidade eles conquistaram os consumidores. Assim, o perfil dos consumidores mudou e as empresas passam a buscar meios de sobreviverem neste cenário.

Ainda nos anos 70 uma empresa japonesa assumiu o controle da Motorola, fazendo mudanças drásticas na maneira de operar a fábrica que resultaram na redução de defeitos. Não foram feitas modificações no maquinário, na equipe ou na tecnologia empregada, os resultados foram obtidos apenas mudando o modo de operar da empresa. O que deixa evidenciado que as falhas na produção de componentes eletrônicos decorriam do modo de operar da gestão anterior.

Nos anos 80, por quase uma década a Motorola buscou meios para se tornar competitiva. Em 1981 CEO (Chief Executive Officer), Bob Galvin, desafiou seus executivos a melhorar sua performance dez vezes em cinco anos. Em 1985 Bill Smith lançou estudo demonstrando que um produto sem defeitos no processo dificilmente falha nas mãos do cliente. Em 15 de janeiro de 1987, foi lançado um programa chamado Seis Sigma em toda organização Motorola.

Bob Galvin se propôs a fazer o trabalho da maneira mais perfeita, atentando para cada detalhe e com foco na necessidade do cliente. O programa corporativo estabeleceu o Seis Sigma como nível de capacidade exigido para se aproximar do padrão de zero defeito, ou seja, a busca da perfeição.

O padrão de zero defeito foi desenvolvido em todas as áreas: produtos, processos, serviços e administração. Em 1988 o Prêmio Nacional de Qualidade Malcolm Baldrige torna popular o sucesso da Motorola.

Figura 81- A evolução do Seis Sigma no tempo

EMPRESAS QUE ADOTARAM O SEIS SIGMA

Algumas empresas que adotaram o Seis Sigma: Allied Signal (Motores e Automação), GE, ABB, Sony, Microsoft, Ford, LG, Dow Chemical, Seagate (Discos Rígidos), Kodak, Navistar (Caminhões e Motores), GenCorp (Óleos e Combustíveis), Dupont e Samsung.

A MEDIDA SEIS SIGMA

O nome Seis Sigma é inspirado em um parâmetro estatístico que representa a variabilidade. "Variabilidade = defeitos". Muitos processos quando estão sendo avaliados, apresentam o comportamento de uma curva em forma de sino, chamada por curva Normal ou curva de Gauss.

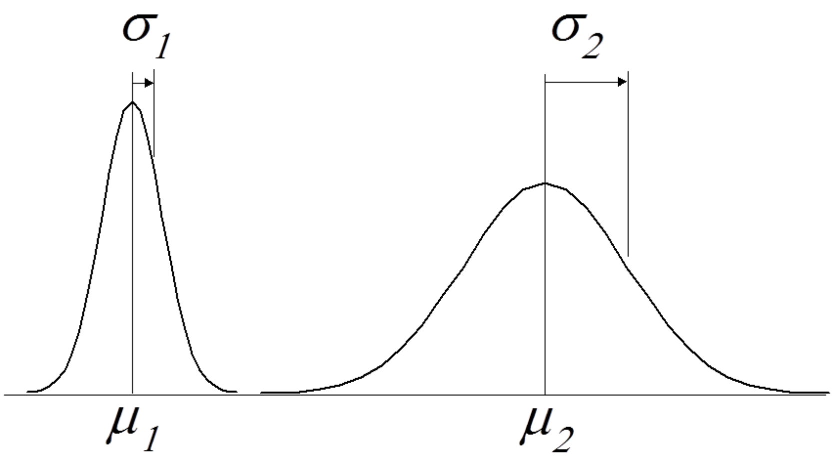


Figura 82- A medida Seis Sigma

O nome Seis Sigma é inspirado no desvio-padrão da população que representa a variabilidade de uma distribuição normal. Possui: medidas próximas da média, menor variabilidade no processo, menor desvio padrão (sigma) e meta de atingir a quase perfeição.

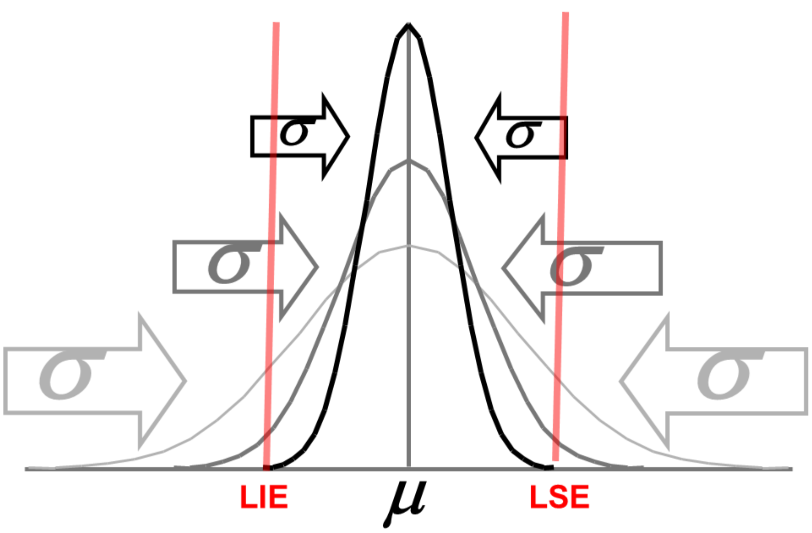
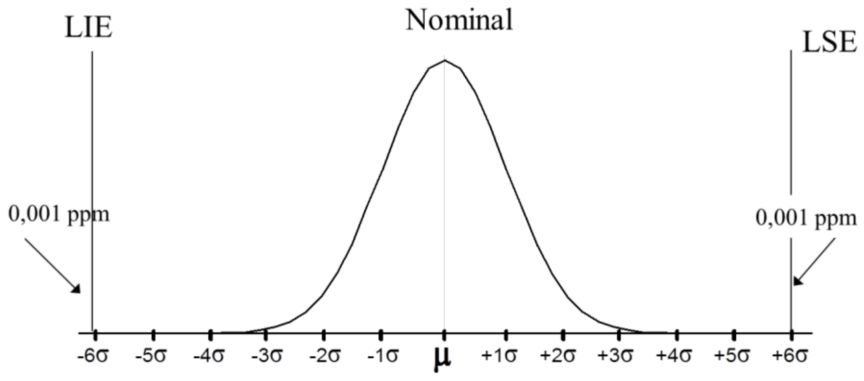


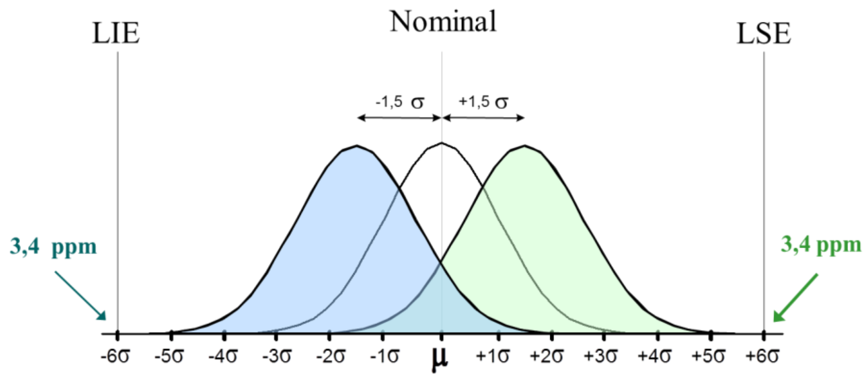
Figura 83- Efeito do Seis Sigma : Diminuição da variabilidade

Figura 84- Número de peças com defeitos diminuido



A medida Seis Sigma admite que existirão variações na média (p.ex., média desloca em 1,5σ). Mas mesmo assim o ppm continuará muito baixo.

Figura 85- Variações na média



Os processos costumam ser gerenciados de modo a manter todos os valores o mais próximo possível do alvo. Isso implica esforços contínuos no sentido de centrar a média e reduzir a variabilidade. Existem ainda limites de especificação dentro dos quais o processo deve operar. Quanto menor a variabilidade (sigma) observada, maior será o número de desvios-padrões (sigmas) que caberá entre os limites de especificação.

Quando afirma-se que um processo tem qualidade Seis Sigma, na verdade diz-se que se tem aproximadamente doze sigmas entre os limites de especificação. Nesse caso, se o processo for mantido aproximadamente centrado, o resultado será algo muito próximo do zero defeito, ou seja, a busca pela perfeição. Considerando-se que uma das premissas do programa Seis Sigma é que todos dentro de uma organização têm que buscar a perfeição naquilo que fazem, justifica-se a designação Seis Sigma.

Historicamente as organizações justificam seu desempenho em termos de médias. É comum ouvir expressões como: custo médio, tempo de ciclo médio, tempo médio de entrega, etc. A utilização de médias pode impedir que sejam visualizados problemas, às vezes, de grande relevância. Isso porque a variabilidade pode ser o grande responsável pela geração de resultados fora dos limites de especificação, ou seja, geração de problemas.

Consideremos que nosso cliente dependa da expedição de notas fiscais num prazo máximo de 6 horas. Poderíamos considerar que estamos realizando bem nosso trabalho de expedição de notas, se observarmos que estamos com um desempenho médio de 4 horas para entrega do nosso produto (notas fiscais) ao cliente. Essa conclusão pode ser equivocada caso o processo de entrega apresente uma variabilidade excessiva. Podemos estar entregando

15% da notas fiscais num tempo maior que 6 horas e não estarmos enxergando isso, em função de olharmos apenas o desempenho médio. Isto significa que nosso cliente continuará insatisfeito com nossos serviços, mesmo que divulguemos nosso desempenho médio como sendo bom.

A utilização da variabilidade como um indicador do desempenho do processo pode ser muito útil. Para a gerência é mais fácil entender o desempenho olhando para a variabilidade, e não apenas para a média.

A metodologia Seis Sigma tem uma relação muito forte com o desenvolvimento de atividades objetivando a redução da variabilidade nos processos. A forma com que a variabilidade é abordada pelo Seis Sigma é um de seus diferenciais em relação a outros programas de qualidade. No Seis Sigma a variabilidade é medida em função do número de defeitos, e defeito é qualquer instância ou evento onde o produto ou processo falham em satisfazer um requisito do cliente.

Através do levantamento do número de defeitos é possível chegar ao rendimento de um processo e, ainda, determinar por meio do uso de tabela específica o nível sigma do mesmo. Mais do que um sistema estatístico, o Seis Sigma acaba tornando-se um sistema matemático, já que os procedimentos para determinação do nível sigma são focados em defeito. Assim cada indivíduo ganha o entendimento da importância da redução dos defeitos em seu processo, e a influência desta redução na satisfação total do seu cliente.

Nível da qualidade	PPM (Defeitos por milhão)	Percentual conforme	Custo da não qualidade (percentual do faturamento da empresa)
Dois sigma	308.537	69,15	Não se aplica
Três sigma	66.807	93,32	25 a 40%
Quatro sigma	6.210	99,3790	15 a 25%
Cinco sigma	233	99,97670	5 a 15%
Seis sigma	3,4	99,999660	< 1%

Figura 86- Comparação entre os níveis da qualidade

Figura 87- Comparação entre Três Sigma X Seis Sigma

OS AGENTES DO SEIS SIGMA

Para implementar e desenvolver projetos Seis Sigma, é necessário formar especialistas. A formação de especialistas representa um investimento que pode fornecer grandes retornos financeiros.

Capacitação ≠ Custos
Capacitação = Investimento

A Kodak, que começou a implementar o Seis Sigma em 1995, e teve o sistema operando efetivamente em 1998, espera que cada funcionário qualificado apresente projetos que rendam cerca de 200 mil dólares por ano. Os funcionários qualificados são os agentes do Seis Sigma e recebem os nomes de:

Figura 88- Agentes do Seis Sigma

(i)Leadership: São os CEO's (Diretores), que são os responsáveis pelo desempenho das organizações. Como o Seis Sigma deve ser aplicado de cima para baixo, é dos CEO's que parte a iniciativa de implantar a Qualidade Seis Sigma.

(ii)Champions: São pessoas altamente capacitadas que entendem da Qualidade Seis Sigma, e são responsáveis pelo seu sucesso. São os Vice-presidentes Executivos.

(iii)Master Black Belts: Normalmente são encontrados em empresas que realizam mais de um projeto (simultaneamente). São os líderes técnicos do Seis Sigma. Devem ser treinados nos conceitos estatísticos a fim de entender a teoria matemática e não propagarem erros aos Black Belts e aos Green Belts. Auxiliam os Black Belts a aplicar os métodos corretamente em situações incomuns e devem possuir boa capacidade de comunicação e habilidades pedagógicas desenvolvidas.

(iv)Black Belts: São tecnicamente treinados para atingir metas e devem estar ativamente envolvidos no processo de mudança organizacional. Devem dominar as técnicas e ferramentas estatísticas. Perfil esperado: entusiasta, dinâmico, persistente, criativo, motivado para alcançar resultados, com iniciativa, com habilidade de bom relacionamento e de trabalhar em equipe, organizado, interessado em estatística, com conhecimento na sua área de atuação e na área de informática.

(v)Green Belts: São líderes capazes de entender o funcionamento do programa, porém sem a responsabilidade de aplicar e conhecer as ferramentas estatísticas e organizacionais envolvidas no processo.

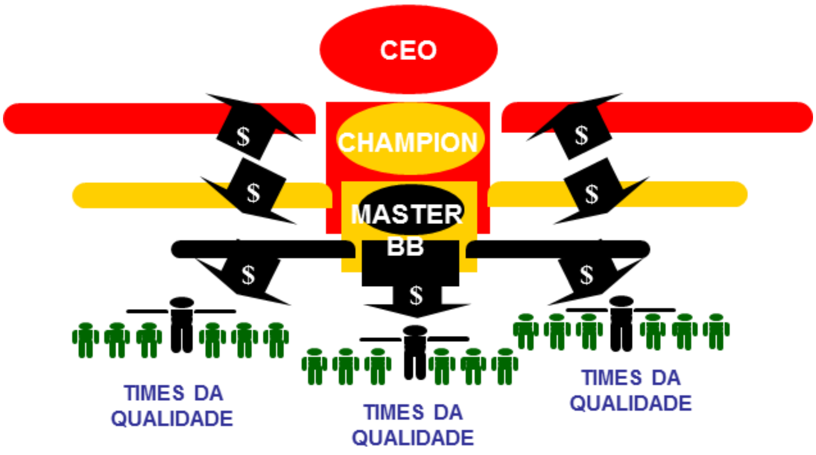


Figura 89- Agentes do Seis Sigma

Para implementação dos Projetos Seis Sigma são formados times, preferencialmente por Green Belts. Estes times são liderados por pessoas especializadas, os Black Belts.

Os Black Belts com maior experiência poderão apoiar outros times em projetos futuros. Eles obterão o título de Master Black Belts e dedicarão maior tempo ao Programa Seis Sigma.

Na organização deve existir um Champion que deve dar apoio aos times buscando recursos para que os projetos sejam implantados com sucesso. Mas ele também deverá exigir que os times apresentem resultados periódicos sobre seu trabalho, apresentando esses ao CEO.

O CEO (Cheef Executive Office) desempenha um papel crucial num programa Seis Sigma. Ele deve estar francamente envolvido com o programa e pró-ativamente apoiando os projetos.

A condução dos projetos Seis Sigma é feita apoiada no método DMAIC. Essa sigla origina-se dos termos em inglês: Define (Definir); Measure (Medir); Analise (Analisar); Improve (Melhorar) e Control (Controlar).

(i)Fase Definir – Define de forma precisa o escopo do projeto.

(ii)Fase Medir – Determina a localização ou foco do problema.

(iii) Fase Analisar – Estuda e determina as causas do problema prioritário.

(iv) Fase Melhorar – Propõe, avalia e implanta soluções para cada problema prioritário.

(v) Fase Controlar – Garante a manutenção dos resultados.

ETAPA DEFINIR

A primeira etapa, Definir, contempla o entendimento do problema e a definição do projeto, dos objetivos e das metas a serem alcançadas. Pode-se usar a função de perda de Taguchi para estimar os ganhos obtidos com a redução dos custos da má qualidade resultante do projeto.

Ao final dessa etapa, todos devem estar esclarecidos a respeito do estudo que será feito e das melhorias que devem ser alcançadas. Perguntaram a Albert Einstein o que ele faria se tivesse 1 hora para salvar o mundo. Ele respondeu: “Gastaria 55 minutos para definir corretamente o problema e 5 minutos para resolvê-lo”.

Exemplos de Metas e Indicadores:

- Objetivo: Reduzir as perdas de produção da linha da fábrica I
- Meta: Redução em 50% até maio de 2009
- Indicadores: (i)Perdas de faturamento de produtos não entregues (margem média: R$ por tonelada); (ii)Gastos com horas extras (R$/hora; número de horas).

Ferramentas: (i)Brainstorming - Máximo de idéias; Inibe pensamento crítico; Incentiva criatividade. (ii) Diagrama Causa e Efeito (Espinha de Peixe); (iii) Carta do Projeto - Espécie de “contrato”; Metas e parâmetros do projeto.

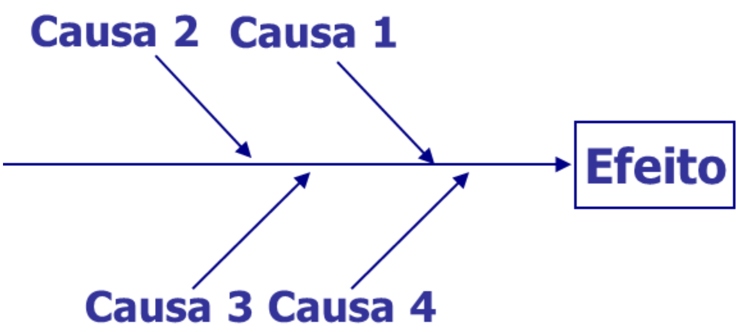
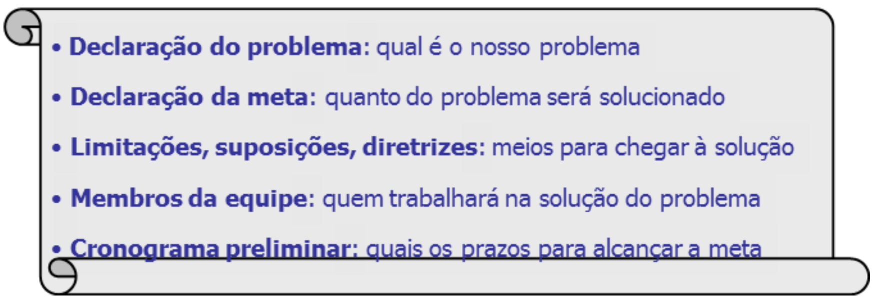


Figura 90 - Diagrama de Causa e Efeito



ETAPA MEDIR

Terminada a etapa Definir, o projeto a ser desenvolvido e os objetivos a serem alcançados estão claros para a equipe. A inclinação natural seria iniciar as ações. Contudo, a sistemática Seis Sigma prevê duas etapas antes das ações propriamente ditas: Medir e Analisar. Essas etapas são fundamentais para assegurar que as ações a serem realizadas serão efetivas na busca dos objetivos traçados.

A segunda etapa, Medir, envolve a coleta de dados referentes a todos os aspectos do problema. Os dados são coletados de forma estratificada e permitirão subsidiar as análises subsequentes. Geralmente usa-se os gráficos de Pareto estratificados por defeito, dia da semana, tipo de produto para identificar e focar a solução dos poucos defeitos vitais.

Há uma citação famosa, atribuída a Lord Kelvin, que ajuda a entender a importância da etapa Medir:

“Se você medir aquilo de que esta falando e o expressar em números, você conhece alguma coisa sobre o assunto, mas, quando você não o pode exprimir em números, seu conhecimento é pobre e insatisfatório; pode ser o início do conhecimento, mas dificilmente seu espírito terá progredido até o estágio da Ciência, qualquer que seja o assunto".

Ferramentas

Mapa do Processo

Objetivo: Documentar conhecimento existente; Descreve: limites, tarefas, parâmetros do produto/processo.

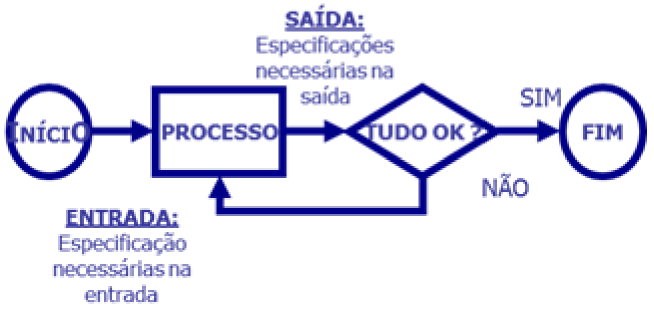


Figura 91 - Mapa do Processo

Folha de Verificação

	Seg		Ter		Qua		Qui		Sex	
	M	T	M	T	M	T	M	T	M	T
Arranhão	//		/			//		///		/
Pino Quebrado		///	//		////	/		/	/	

Figura 92 - Folha de Verificação

Gráfico de Pareto

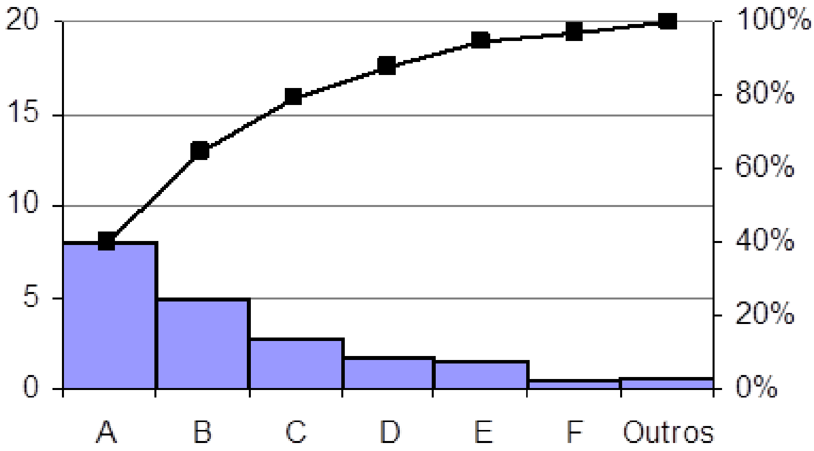


Figura 93 - Gráfico de Pareto

FMEA

Ferramenta que permite a realização de priorizações e rastreamento de possibilidades de falha. Refinamento e priorização das variáveis críticas.

Data de confecção :					**Pessoas envolvidas :**				
Revisão anterior :					**Coordenação :**				
Última versão :					**Responsável :**				
ITEM DO PROCESSO	MODO DE FALHA POTENCIAL	EFEITO POTENCIAL	S	CAUSA POTENCIAL DO MODO DE FALHA	O	CONTROLES ATUAIS	D	RPN	AÇÃO RECOMENDADA
Viscosímetro	Temperatura fora de faixa	Leitura incorreta VM	8	Abertura da res.	4	Indicador digital	3	96	
				Falta de tempo	7	Controle do oper.	9	504	Adoção de Identificação
				Controle inadequado da temperatura	8	Indicação em paralelo num vimo	8	512	Adoção de identificação paralela e intertravamento

Figura 94 - FMEA

SIPOC

Objetivo: definir o principal processo envolvido no projeto.

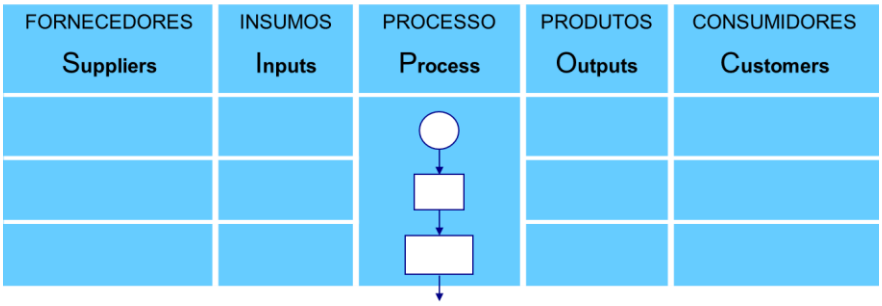


Figura 95 - SIPOC

Análise de Sistemas de Medição (ASM)

Objetivo: Identificar grau de confiabilidade e auxiliar na proposição de melhorias.

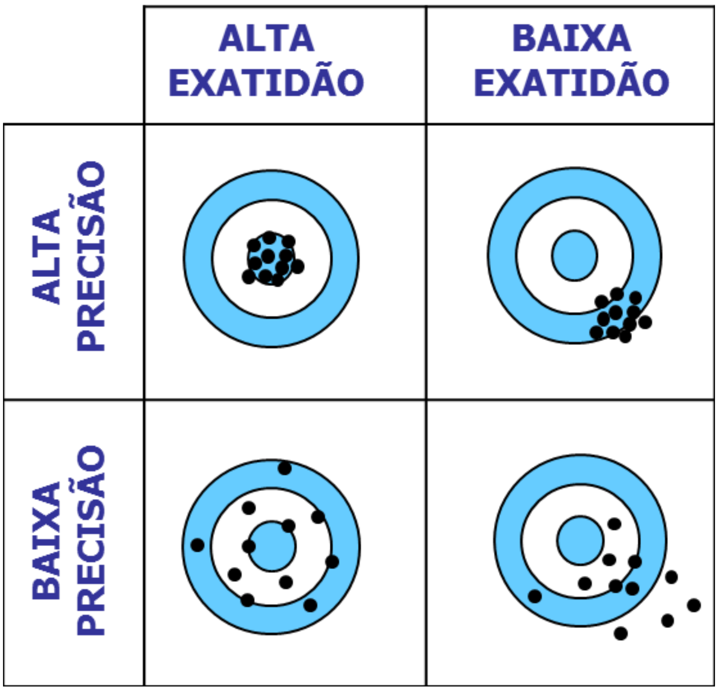


Figura 96 - ASM

ETAPA ANALISAR

A terceira etapa, Analisar, contempla a análise dos dados. Nessa etapa são feitos estudos aprofundados, entendendo-se as relações entre as variáveis e identificando-se as causas raízes do problema em estudo através de projeto de experimentos. Esses dados devem ser convertidos em informações que sustentem o plano de ação. Em geral isso envolve identificar e analisar as alternativas de controle e melhoria.

A etapa Analisar do DMAIC é possivelmente a mais importante na implantação de um projeto Seis Sigma. Frequentemente as equipes experimentam problemas nesta etapa: (i)Ocorre abordagem superficial. (ii)Ocorre aprofundamento em demasia e atraso do projeto.

A experiência do Black Belt é importante pois, orienta a equipe a respeito das técnicas e ferramentas apropriadas, bem como sobre o nível de detalhamento que deve ser adotado nos estudos.

Ferramentas: (i)Teste de Hipóteses: Teste t, Teste z, Teste F, Qui-quadrado; (ii)Correlação Linear: Coeficiente de Correlação; (iii)Regressão: Simples e Múltipla; (iv)ANOVA: Anova One-way, Comparações múltiplas; (v)Projeto de Experimentos: Fatorial 2k, Bloqueamento

ETAPA MELHORAR

A quarta etapa, Melhorar, prevê a elaboração de um plano de ação e a implantação das ações. O trabalho realizado durante a etapa Analisar ofereça as informações necessárias e justificáveis para a elaboração de um plano de ação eficiente nesta etapa do projeto. É nessa etapa que ocorrem as mudanças no processo, produto ou serviço para aperfeiçoar os processos e obter resultados, usualmente através da remoção das causas raízes e de mudanças no processo e produto.

Algumas ações mais simples já puderam ser tomadas no decorrer do desenvolvimento do projeto. As principais ações surgem após a etapa Analisar. A análise contribui para assegurar a efetividade das ações empreendidas, mas as ações propriamente ditas são realizadas na etapa Melhorar.

Um bom plano de ação deve estar alicerçado no cumprimento de prazos e na atribuição de responsabilidades. O 5W2H pode ser uma ferramenta útil neste sentido, pois define : (i)Os responsáveis em realizar cada ação; (ii)Porque a ação deve ser feita; (iii)Datas limites para a conclusão das ações planejadas; (iv)Como a ação deve ser feita; (v)Custos de implantação.

Plano de Ação (5W2H)

Ajuda a organizar estratégia de ação (Mudanças nos processos e procedimentos, que irão conduzir à qualidade Seis Sigma).

O QUE ? What ?	QUEM ? Who ?	QUANDO ? When ?	ONDE ? Where ?	POR QUE ? Why ?	COMO ? How ?	QUANTO ? How much ?
Tornear novo pino	José	Até 30/06	Oficina	Pino velho com folga	Solic. Interna	R$ 15,00

Figura 97 - 5W2H

Matriz de priorização

Estabelece uma ordem de priorização das possíveis soluções por meio de critérios de pesos pré-definidos.

	CRITÉRIOS DE PRIORIZAÇÃO						
	Baixo Custo	Facilidade	Rapidez	Elevado impacto sobre as causas fundamentais	Baixo Potencial para criar novos problemas	Contribuição para a satisfação do consumidor	
Peso	9	8	8	10	10	7	
Solução							Total
I	3	3	1	5	5	1	166
II	5	5	5	3	5	0	205
III	3	5	5	5	3	3	208
IV	1	5	3	3	5	1	160
V	5	3	1	3	5	3	178

Legenda: 5 – correlação forte 3 – correlação moderada 1 – correlação fraca 0 – correlação ausente

Figura 98 - Mapa de priorização

ETAPA CONTROLAR

A quinta e última etapa, Controlar, prevê a difusão e padronização de procedimentos, de forma que eles sejam integrados as rotinas operacionais, assegurando a manutenção dos ganhos obtidos na etapa anterior. Pode ser utilizada a ferramenta de Controle Estatístico de Processo.

A importância dada à etapa Controlar pode ser considerado um diferencial do Seis Sigma em relação a outras metodologias. Isso porque é parte da aprendizagem do Seis Sigma a compreensão de que a etapa Controlar é tão essencial ao projeto quanto às demais etapas do DMAIC. A equipe deve estar preocupada em buscar meios para assegurar que os investimentos e melhorias não sejam perdidos pela falta de manutenção.

Ferramentas: (i)Controle Estatístico do Processo: Cartas de variáveis: Xbar e R; Carta Xbar e S; Carta X e MR; Cartas de atributos: p, np, c e u; (ii)Processos a prova de erros: Dispositivos Poka-yoke.

É importante manter os ganhos obtidos através da padronização: Mais importante que a mudança em documentos e desenhos, é a mudança das pessoas. O projeto apenas deve ser encerrado quando todos os envolvidos estiverem cientes dos novos padrões de operação e capacitados para atuarem de acordo.

O MÉTODO DMAIC E O PDCA

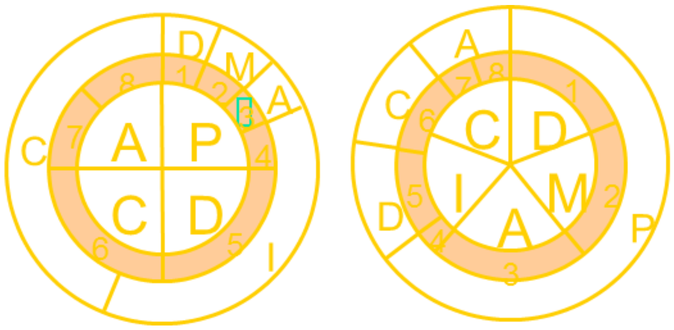


Figura 99 - PDCA X DMAIC

DMAIC - Maior ênfase ao planejamento; Interposição entre Analisar e Medir (DMAIC) e, Observar e Analisar (PDCA); DMAIC - Maior ênfase no atendimento às CTQs.

CARACTERÍSTICAS DO SEIS SIGMA

(i)Envolvimento de todos os níveis gerenciais: A iniciativa de implantar qualidade Seis Sigma parte do presidente da empresa (CEO). A escolha dos projetos é feita por Champions, comumente pessoas que pertencem ao quadro da alta direção. Desta forma os projetos têm o apoio efetivo da alta gerência, o que aumenta a chance de sucesso. A condução do projeto e a implantação das ações contam com equipes formadas por colaboradores de todos os níveis hierárquicos, o que facilita a implantação das ações, reduzindo a chance de resistência às mudanças.

(ii)Consistência do método de trabalho: Depois da definição do problema, comumente, as empresas tendem a pular para a fase de ações de melhorias. O Seis Sigma apóia-se no método DMAIC (Definir, Medir, Analisar, Melhorar e Controlar) para conduzir o processo de mudança.

O DMAIC contempla duas fases antes das ações propriamente ditas: Medir e Analisar. Essas fases são conduzidas em profundidade, com o apoio de ferramentas estatísticas. O resultado é um conjunto de ações muito mais consistentes, dirigidas às causas raízes do problema.

Após as ações, o DMAIC cobra mais uma etapa: Controlar, que implica assegurar que os ganhos obtidos serão preservados, enfatizando soluções que conduzam a melhorias de caráter permanente.

(iii)Uso do raciocínio estatístico: Conduz ao profundo entendimento do problema e das relações entre as variáveis envolvidas. Utilizar o raciocínio estatístico implica em: a)Entender que existe variabilidade; b)Medir a variabilidade presente nos processos; c)Atuar sistematicamente no sentido de reduzir a variabilidade, avançando em direção à meta de zero defeitos. O conhecimento adquirido através das análises estatísticas é a base de ações eficientes e eficazes.

(iv)Ênfase na aprendizagem e capacitação: O uso do método DMAIC, do raciocínio estatístico e de técnicas de engenharia exige equipes capacitadas. Todos os componentes da equipe devem ser treinados antes de iniciarem a participação nos projetos Seis Sigma. O treinamento deixa os participantes preparados para atuarem melhor tanto no âmbito dos projetos Seis Sigma como em todas as suas tarefas diárias, representando um importante ganho para a empresa.

(v)Foco no cliente: A definição do problema e a escolha dos projetos devem ser feitas considerando as necessidades do cliente. Isso assegura que os estudos e as mudanças nos processos, produtos e serviços trarão impacto no resultado dos negócios, na medida em que irão promover melhorias em aspectos relevantes para o cliente.

(vi)Foco no impacto financeiro: Nas etapas iniciais do projeto, o DMAIC exige a avaliação do impacto financeiro. Essa avaliação auxilia na: a)Escolha adequada do projeto - geralmente são escolhidos projetos que possuem um impacto financeiro significativo; b)Aumento do interesse e apoio da alta gerência – pois os retornos financeiros são grandes; c)Quantificação do impacto financeiro - motiva e mobiliza a equipe no esforço de atingir as metas propostas.

PROGRAMA DE TREINAMENTO

Os projetos Seis Sigma exigem levantamento de dados, estudos e análises estatísticas, além da elaboração e implantação de planos de ação. Essas exigências requerem equipes capacitadas, que conheçam métodos e técnicas de engenharia e estatística.

Usualmente, o programa de treinamento irá envolver os tópicos a seguir: (i)Introdução ao Seis Sigma; (ii)O Método DMAIC utilizado no Seis Sigma; (iii)Ferramentas da Qualidade; (iv)Estatística Aplicada; (v)Regressão e correlação; (vi)Controle Estatístico de Processo; (vii)Análise de Sistemas de Medição; (viii)FMEA – Failure Mode Effect Analysis; (ix)QFD – Quality Function Deployment; (x)Projeto de Experimentos.

Cada empresa escolhe os tópicos e a profundidade de abordagem apropriada, dependendo da natureza de seu negócio.

Exemplos:

a)Numa empresa química, onde a otimização de processos é a principal atividade, Projeto de Experimentos deverá ser tratado de forma aprofundada.

b)Numa empresa, do setor de serviços, onde o desempenho e o risco das diversas etapas do processo são a maior preocupação, o FMEA de processo e o QFD irão receber a maior carga horária.

Pode ser necessária a inclusão de outros tópicos, considerando necessidades de projetos específicos.

Exemplos:

a)Os projetos em uma empresa podem envolver a simulação de etapas de atendimento e prestação de serviços. Nesse caso, algum treinamento de Modelagem e Simulação será necessário.

b)Outras empresas podem experimentar problemas no armazenamento e na gestão de estoques. Novamente, a capacitação deverá incluir esses tópicos.

Bibliografia

1. ANG, A.H-S. & Tang, W.H. (1984), *Probability Concepts in Engineering Planning and Design*. John Wiley and Sons, New York.
2. BOWKER & Lieberman, (1959), *Engineering Statistics*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, USA.
3. BOX, G., Hunter, W.G., and Hunter, J.S. (1978), *Statistics for experimenters*, John Wiley and Sons, New York.
4. CLARKE, G.M. & Cook, D. (1983), *A Basic Course in Statistics*. 2nd ed., Edward Arnold Ltda, London.
5. DUNCAN, A.J. (1974), *Quality Control and Industrial Statistics*, 4th ed., Irwin, Homewood, ILL.
6. FEIGENBAUM, A. V. *Controle da Qualidade Total*, Vol 3, Makron Books, São Paulo, 1994.
7. GUTTMAN, Wilks & Hunter (1971), *Introductory Engineering Statistics*. 2nd ed., John Wiley and Sons, New York.
8. HICKS, C.R. (1973), *Fundamental Concepts in the Design of Experiments*. John Wiley and Sons, New York.
9. JOHNSON, N.L. & Leone, F.C. (1977), *Statistics and Experimental Design*. John Wiley and Sons, New York.
10. KUME, H. *Métodos Estatísticos para Melhoria da Qualidade*, Editora Gente, São Paulo, 1993.
11. MILLER, I. & Freund, J.E. (1977), *Probability and Statistics for Engineers*. 2nd ed., Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, USA.
12. MONTGOMERY, D.C. (1984), *Design and analysis of experiments*. John Wiley and Sons, New York, 2nd ed.
13. MONTGOMERY, D.C. (1985), *Introduction to Statistical Quality Control*. John Wiley and Sons, New York.
14. NANNI, L.F. & Ribeiro, J.L. (1991), Planejamento e avaliação de experimentos. *Caderno de Engenharia 17/87*, 2a ed., CPGEC/UFRGS, Porto Alegre, Brasil.
15. OTT, E.R. (1975), *Process Quality Control*. McGraw Hill, New York.
16. SHAPIRO, S.S. & Gross, A.J. (1981), *Statistical Modeling Technique*. Marcel Dekker, Inc, New York.
17. SNEDECOR, G.W. & Cochran, W.G. (1980), *Statistical Methods*. 7th ed., The Iowa State Univ. Press, Iowa, USA.
18. WERKEMA, M. C. C. *Ferramentas Estatísticas Básicas para o Gerenciamento do Processo,* Fundação Christiano Ottoni, Escola de Engenharia da UFMG, Belo Horizonte, MG,1995

19. HARRY, Mikel J. Six Sigma: a breakthrough strategy for profitability. Quality Progress. v. 31, n. 5, p. 60-64, mai 1998.
20. PANDE, Peter S.; NEUMAN, Robert P.; CAVANAGH, Roland R. Estratégia Seis Sigma: como a GE, a Motorola e outras grandes empresas estão aguçando seu desempenho. 1 ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2001.
21. PEREZ-WILSON, Mario. Seis Sigma: compreendendo o conceito, as implicações e os desafios. Tradução de Bazán Tecnologia e Lingüística. Rio de Janeiro: Qualitymark, 1 ed., 1999.
22. WIGGENBORN, Willian. A universidade Motorola: quando o treinamento se transforma em educação. Agosto 1990, p.245-266 in: HOWARD, Robert [et al.] Aprendizado organizacional: gestão de pessoas para a inovação contínua. Rio de Janeiro: Campus, 2000.

Áreas sob a curva normal

(Cauda da esquerda)

z	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,00
-3,9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-3,8	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,7	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,6	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002
-3,5	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3,4	0,0002	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
-3,3	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005
-3,2	0,0005	0,0005	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0007	0,0007
-3,1	0,0007	0,0007	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0009	0,0009	0,0009	0,0010
-3,0	0,0010	0,0010	0,0011	0,0011	0,0011	0,0012	0,0012	0,0013	0,0013	0,0013
-2,9	0,0014	0,0014	0,0015	0,0015	0,0016	0,0016	0,0017	0,0018	0,0018	0,0019
-2,8	0,0019	0,0020	0,0021	0,0021	0,0022	0,0023	0,0023	0,0024	0,0025	0,0026
-2,7	0,0026	0,0027	0,0028	0,0029	0,0030	0,0031	0,0032	0,0033	0,0034	0,0035
-2,6	0,0036	0,0037	0,0038	0,0039	0,0040	0,0041	0,0043	0,0044	0,0045	0,0047
-2,5	0,0048	0,0049	0,0051	0,0052	0,0054	0,0055	0,0057	0,0059	0,0060	0,0062
-2,4	0,0064	0,0066	0,0068	0,0069	0,0071	0,0073	0,0075	0,0078	0,0080	0,0082
-2,3	0,0084	0,0087	0,0089	0,0091	0,0094	0,0096	0,0099	0,0102	0,0104	0,0107
-2,2	0,0110	0,0113	0,0116	0,0119	0,0122	0,0125	0,0129	0,0132	0,0136	0,0139
-2,1	0,0143	0,0146	0,0150	0,0154	0,0158	0,0162	0,0166	0,0170	0,0174	0,0179
-2,0	0,0183	0,0188	0,0192	0,0197	0,0202	0,0207	0,0212	0,0217	0,0222	0,0228
-1,9	0,0233	0,0239	0,0244	0,0250	0,0256	0,0262	0,0268	0,0274	0,0281	0,0287
-1,8	0,0294	0,0301	0,0307	0,0314	0,0322	0,0329	0,0336	0,0344	0,0351	0,0359
-1,7	0,0367	0,0375	0,0384	0,0392	0,0401	0,0409	0,0418	0,0427	0,0436	0,0446
-1,6	0,0455	0,0465	0,0475	0,0485	0,0495	0,0505	0,0516	0,0526	0,0537	0,0548
-1,5	0,0559	0,0571	0,0582	0,0594	0,0606	0,0618	0,0630	0,0643	0,0655	0,0668
-1,4	0,0681	0,0694	0,0708	0,0721	0,0735	0,0749	0,0764	0,0778	0,0793	0,0808
-1,3	0,0823	0,0838	0,0853	0,0869	0,0885	0,0901	0,0918	0,0934	0,0951	0,0968
-1,2	0,0985	0,1003	0,1020	0,1038	0,1056	0,1075	0,1093	0,1112	0,1131	0,1151
-1,1	0,1170	0,1190	0,1210	0,1230	0,1251	0,1271	0,1292	0,1314	0,1335	0,1357
-1,0	0,1379	0,1401	0,1423	0,1446	0,1469	0,1492	0,1515	0,1539	0,1562	0,1587
-0,9	0,1611	0,1635	0,1660	0,1685	0,1711	0,1736	0,1762	0,1788	0,1814	0,1841
-0,8	0,1867	0,1894	0,1922	0,1949	0,1977	0,2005	0,2033	0,2061	0,2090	0,2119
-0,7	0,2148	0,2177	0,2206	0,2236	0,2266	0,2296	0,2327	0,2358	0,2389	0,2420
-0,6	0,2451	0,2483	0,2514	0,2546	0,2578	0,2611	0,2643	0,2676	0,2709	0,2743
-0,5	0,2776	0,2810	0,2843	0,2877	0,2912	0,2946	0,2981	0,3015	0,3050	0,3085
-0,4	0,3121	0,3156	0,3192	0,3228	0,3264	0,3300	0,3336	0,3372	0,3409	0,3446
-0,3	0,3483	0,3520	0,3557	0,3594	0,3632	0,3669	0,3707	0,3745	0,3783	0,3821
-0,2	0,3859	0,3897	0,3936	0,3974	0,4013	0,4052	0,4090	0,4129	0,4168	0,4207
-0,1	0,4247	0,4286	0,4325	0,4364	0,4404	0,4443	0,4483	0,4522	0,4562	0,4602
0,0	0,4641	0,4681	0,4721	0,4761	0,4801	0,4840	0,4880	0,4920	0,4960	0,5000

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Distribuição de Student - cauda da direita						
Pr (t > t_{alfa}) = alfa						
	Nível de significância - alfa					
GL	**0,250**	**0,100**	**0,050**	**0,025**	**0,010**	**0,005**
1	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,685	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,684	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,684	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,684	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,683	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,683	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
inf	0,674	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576

Distribuição do Qui Quadrado - cauda da direita										
Pr (QQ > QQ_{alfa}) = alfa										
	Nívelde significância - alfa									
GL	**0,995**	**0,990**	**0,975**	**0,950**	**0,900**	**0,010**	**0,050**	**0,025**	**0,010**	**0,005**
1	0,0000	0,0002	0,0010	0,0039	0,016	6,635	3,841	5,024	6,635	7,879
2	0,010	0,020	0,051	0,103	0,211	9,210	5,991	7,378	9,210	10,597
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	11,345	7,815	9,348	11,345	12,838
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	13,277	9,488	11,143	13,277	14,860
5	0,412	0,554	0,831	1,145	1,610	15,086	11,070	12,832	15,086	16,750
6	0,676	0,872	1,237	1,635	2,204	16,812	12,592	14,449	16,812	18,548
7	0,989	1,239	1,690	2,167	2,833	18,475	14,067	16,013	18,475	20,278
8	1,344	1,647	2,180	2,733	3,490	20,090	15,507	17,535	20,090	21,955
9	1,735	2,088	2,700	3,325	4,168	21,666	16,919	19,023	21,666	23,589
10	2,156	2,558	3,247	3,940	4,865	23,209	18,307	20,483	23,209	25,188
11	2,603	3,053	3,816	4,575	5,578	24,725	19,675	21,920	24,725	26,757
12	3,074	3,571	4,404	5,226	6,304	26,217	21,026	23,337	26,217	28,300
13	3,565	4,107	5,009	5,892	7,041	27,688	22,362	24,736	27,688	29,819
14	4,075	4,660	5,629	6,571	7,790	29,141	23,685	26,119	29,141	31,319
15	4,601	5,229	6,262	7,261	8,547	30,578	24,996	27,488	30,578	32,801
16	5,142	5,812	6,908	7,962	9,312	32,000	26,296	28,845	32,000	34,267
17	5,697	6,408	7,564	8,672	10,085	33,409	27,587	30,191	33,409	35,718
18	6,265	7,015	8,231	9,390	10,865	34,805	28,869	31,526	34,805	37,156
19	6,844	7,633	8,907	10,117	11,651	36,191	30,144	32,852	36,191	38,582
20	7,434	8,260	9,591	10,851	12,443	37,566	31,410	34,170	37,566	39,997
21	8,034	8,897	10,283	11,591	13,240	38,932	32,671	35,479	38,932	41,401
22	8,643	9,542	10,982	12,338	14,041	40,289	33,924	36,781	40,289	42,796
23	9,260	10,196	11,689	13,091	14,848	41,638	35,172	38,076	41,638	44,181
24	9,886	10,856	12,401	13,848	15,659	42,980	36,415	39,364	42,980	45,558
25	10,520	11,524	13,120	14,611	16,473	44,314	37,652	40,646	44,314	46,928
26	11,160	12,198	13,844	15,379	17,292	45,642	38,885	41,923	45,642	48,290
27	11,808	12,878	14,573	16,151	18,114	46,963	40,113	43,195	46,963	49,645
28	12,461	13,565	15,308	16,928	18,939	48,278	41,337	44,461	48,278	50,994
29	13,121	14,256	16,047	17,708	19,768	49,588	42,557	45,722	49,588	52,335
30	13,787	14,953	16,791	18,493	20,599	50,892	43,773	46,979	50,892	53,672

Distribuição F - cauda da direita

Pr (F > $F_{alfa(n1,n2)}$) = alfa

Nível de significância - alfa = 0,05

n2 \ n1	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,13	2,06	2,00
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,10	2,03	1,97
500	3,86	3,01	2,62	2,39	2,23	2,12	2,03	1,96	1,90

Nível de significância - alfa = 0,05

n2 \ n1	**10**	**12**	**15**	**20**	**30**	**40**	**60**	**120**	**500**
1	241,9	243,9	245,9	248,0	250,1	251,1	252,2	253,3	254,1
2	19,40	19,41	19,43	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,49
3	8,79	8,74	8,70	8,66	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	5,96	5,91	5,86	5,80	5,75	5,72	5,69	5,66	5,64
5	4,74	4,68	4,62	4,56	4,50	4,46	4,43	4,40	4,37
6	4,06	4,00	3,94	3,87	3,81	3,77	3,74	3,70	3,68
7	3,64	3,57	3,51	3,44	3,38	3,34	3,30	3,27	3,24
8	3,35	3,28	3,22	3,15	3,08	3,04	3,01	2,97	2,94
9	3,14	3,07	3,01	2,94	2,86	2,83	2,79	2,75	2,72
10	2,98	2,91	2,85	2,77	2,70	2,66	2,62	2,58	2,55
11	2,85	2,79	2,72	2,65	2,57	2,53	2,49	2,45	2,42
12	2,75	2,69	2,62	2,54	2,47	2,43	2,38	2,34	2,31
13	2,67	2,60	2,53	2,46	2,38	2,34	2,30	2,25	2,22
14	2,60	2,53	2,46	2,39	2,31	2,27	2,22	2,18	2,14
15	2,54	2,48	2,40	2,33	2,25	2,20	2,16	2,11	2,08
16	2,49	2,42	2,35	2,28	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02
17	2,45	2,38	2,31	2,23	2,15	2,10	2,06	2,01	1,97
18	2,41	2,34	2,27	2,19	2,11	2,06	2,02	1,97	1,93
19	2,38	2,31	2,23	2,16	2,07	2,03	1,98	1,93	1,89
20	2,35	2,28	2,20	2,12	2,04	1,99	1,95	1,90	1,86
21	2,32	2,25	2,18	2,10	2,01	1,96	1,92	1,87	1,83
22	2,30	2,23	2,15	2,07	1,98	1,94	1,89	1,84	1,80
23	2,27	2,20	2,13	2,05	1,96	1,91	1,86	1,81	1,77
24	2,25	2,18	2,11	2,03	1,94	1,89	1,84	1,79	1,75
25	2,24	2,16	2,09	2,01	1,92	1,87	1,82	1,77	1,73
26	2,22	2,15	2,07	1,99	1,90	1,85	1,80	1,75	1,71
27	2,20	2,13	2,06	1,97	1,88	1,84	1,79	1,73	1,69
28	2,19	2,12	2,04	1,96	1,87	1,82	1,77	1,71	1,67
29	2,18	2,10	2,03	1,94	1,85	1,81	1,75	1,70	1,65
30	2,16	2,09	2,01	1,93	1,84	1,79	1,74	1,68	1,64
40	2,08	2,00	1,92	1,84	1,74	1,69	1,64	1,58	1,53
60	1,99	1,92	1,84	1,75	1,65	1,59	1,53	1,47	1,41
80	1,95	1,88	1,79	1,70	1,60	1,54	1,48	1,41	1,35
100	1,93	1,85	1,77	1,68	1,57	1,52	1,45	1,38	1,31
500	1,85	1,77	1,69	1,59	1,48	1,42	1,35	1,26	1,16

Distribuição F - cauda da direita

Pr (F > $F_{alfa(n1,n2)}$) = alfa

Nível de significância - alfa = 0,025

n1 / n2	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1	647,8	799,5	864,2	899,6	921,8	937,1	948,2	956,6	963,3
2	38,51	39,00	39,17	39,25	39,30	39,33	39,36	39,37	39,39
3	17,44	16,04	15,44	15,10	14,88	14,73	14,62	14,54	14,47
4	12,22	10,65	9,98	9,60	9,36	9,20	9,07	8,98	8,90
5	10,01	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,85	6,76	6,68
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,70	5,60	5,52
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,99	4,90	4,82
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,53	4,43	4,36
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,20	4,10	4,03
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,95	3,85	3,78
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,76	3,66	3,59
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,61	3,51	3,44
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,48	3,39	3,31
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,38	3,29	3,21
15	6,20	4,77	4,15	3,80	3,58	3,41	3,29	3,20	3,12
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,22	3,12	3,05
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,16	3,06	2,98
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,10	3,01	2,93
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	3,05	2,96	2,88
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	3,01	2,91	2,84
21	5,83	4,42	3,82	3,48	3,25	3,09	2,97	2,87	2,80
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,93	2,84	2,76
23	5,75	4,35	3,75	3,41	3,18	3,02	2,90	2,81	2,73
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,87	2,78	2,70
25	5,69	4,29	3,69	3,35	3,13	2,97	2,85	2,75	2,68
26	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,82	2,73	2,65
27	5,63	4,24	3,65	3,31	3,08	2,92	2,80	2,71	2,63
28	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,78	2,69	2,61
29	5,59	4,20	3,61	3,27	3,04	2,88	2,76	2,67	2,59
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,75	2,65	2,57
40	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,62	2,53	2,45
60	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,51	2,41	2,33
80	5,22	3,86	3,28	2,95	2,73	2,57	2,45	2,35	2,28
100	5,18	3,83	3,25	2,92	2,70	2,54	2,42	2,32	2,24
500	5,05	3,72	3,14	2,81	2,59	2,43	2,31	2,22	2,14

Nível de significância - alfa = 0,025

n1 / n2	**10**	**12**	**15**	**20**	**30**	**40**	**60**	**120**	**500**
1	968,6	976,7	984,9	993,1	1001,4	1005,6	1009,8	1014,0	1017,2
2	39,40	39,41	39,43	39,45	39,46	39,47	39,48	39,49	39,50
3	14,42	14,34	14,25	14,17	14,08	14,04	13,99	13,95	13,91
4	8,84	8,75	8,66	8,56	8,46	8,41	8,36	8,31	8,27
5	6,62	6,52	6,43	6,33	6,23	6,18	6,12	6,07	6,03
6	5,46	5,37	5,27	5,17	5,07	5,01	4,96	4,90	4,86
7	4,76	4,67	4,57	4,47	4,36	4,31	4,25	4,20	4,16
8	4,30	4,20	4,10	4,00	3,89	3,84	3,78	3,73	3,68
9	3,96	3,87	3,77	3,67	3,56	3,51	3,45	3,39	3,35
10	3,72	3,62	3,52	3,42	3,31	3,26	3,20	3,14	3,09
11	3,53	3,43	3,33	3,23	3,12	3,06	3,00	2,94	2,90
12	3,37	3,28	3,18	3,07	2,96	2,91	2,85	2,79	2,74
13	3,25	3,15	3,05	2,95	2,84	2,78	2,72	2,66	2,61
14	3,15	3,05	2,95	2,84	2,73	2,67	2,61	2,55	2,50
15	3,06	2,96	2,86	2,76	2,64	2,59	2,52	2,46	2,41
16	2,99	2,89	2,79	2,68	2,57	2,51	2,45	2,38	2,33
17	2,92	2,82	2,72	2,62	2,50	2,44	2,38	2,32	2,26
18	2,87	2,77	2,67	2,56	2,44	2,38	2,32	2,26	2,20
19	2,82	2,72	2,62	2,51	2,39	2,33	2,27	2,20	2,15
20	2,77	2,68	2,57	2,46	2,35	2,29	2,22	2,16	2,10
21	2,73	2,64	2,53	2,42	2,31	2,25	2,18	2,11	2,06
22	2,70	2,60	2,50	2,39	2,27	2,21	2,14	2,08	2,02
23	2,67	2,57	2,47	2,36	2,24	2,18	2,11	2,04	1,99
24	2,64	2,54	2,44	2,33	2,21	2,15	2,08	2,01	1,95
25	2,61	2,51	2,41	2,30	2,18	2,12	2,05	1,98	1,92
26	2,59	2,49	2,39	2,28	2,16	2,09	2,03	1,95	1,90
27	2,57	2,47	2,36	2,25	2,13	2,07	2,00	1,93	1,87
28	2,55	2,45	2,34	2,23	2,11	2,05	1,98	1,91	1,85
29	2,53	2,43	2,32	2,21	2,09	2,03	1,96	1,89	1,83
30	2,51	2,41	2,31	2,20	2,07	2,01	1,94	1,87	1,81
40	2,39	2,29	2,18	2,07	1,94	1,88	1,80	1,72	1,66
60	2,27	2,17	2,06	1,94	1,82	1,74	1,67	1,58	1,51
80	2,21	2,11	2,00	1,88	1,75	1,68	1,60	1,51	1,43
100	2,18	2,08	1,97	1,85	1,71	1,64	1,56	1,46	1,38
500	2,07	1,97	1,86	1,74	1,60	1,52	1,42	1,31	1,19

Distribuição F - cauda da direita

Pr (F > $F_{alfa(n1,n2)}$) = alfa

Nível de significância - alfa = 0,01

n2 \ n1	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1	4052	4999	5404	5624	5764	5859	5928	5981	6022
2	98,50	99,00	99,16	99,25	99,30	99,33	99,36	99,38	99,39
3	34,12	30,82	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,46	10,29	10,16
6	13,75	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84	6,72
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47	5,35
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06	4,94
11	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50	4,39
13	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19
14	8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78
17	8,40	6,11	5,19	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68
18	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,60
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,64	3,51	3,40
22	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,30
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36	3,26
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,85	3,63	3,46	3,32	3,22
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29	3,18
27	7,68	5,49	4,60	4,11	3,78	3,56	3,39	3,26	3,15
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	3,53	3,36	3,23	3,12
29	7,60	5,42	4,54	4,04	3,73	3,50	3,33	3,20	3,09
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,07
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,89
60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72
80	6,96	4,88	4,04	3,56	3,26	3,04	2,87	2,74	2,64
100	6,90	4,82	3,98	3,51	3,21	2,99	2,82	2,69	2,59
500	6,69	4,65	3,82	3,36	3,05	2,84	2,68	2,55	2,44

Nível de significância - alfa = 0,01

n2 \ n1	**10**	**12**	**15**	**20**	**30**	**40**	**60**	**120**	**500**
1	6056	6107	6157	6209	6260	6286	6313	6340	6360
2	99,40	99,42	99,43	99,45	99,47	99,48	99,48	99,49	99,50
3	27,23	27,05	26,87	26,69	26,50	26,41	26,32	26,22	26,15
4	14,55	14,37	14,20	14,02	13,84	13,75	13,65	13,56	13,49
5	10,05	9,89	9,72	9,55	9,38	9,29	9,20	9,11	9,04
6	7,87	7,72	7,56	7,40	7,23	7,14	7,06	6,97	6,90
7	6,62	6,47	6,31	6,16	5,99	5,91	5,82	5,74	5,67
8	5,81	5,67	5,52	5,36	5,20	5,12	5,03	4,95	4,88
9	5,26	5,11	4,96	4,81	4,65	4,57	4,48	4,40	4,33
10	4,85	4,71	4,56	4,41	4,25	4,17	4,08	4,00	3,93
11	4,54	4,40	4,25	4,10	3,94	3,86	3,78	3,69	3,62
12	4,30	4,16	4,01	3,86	3,70	3,62	3,54	3,45	3,38
13	4,10	3,96	3,82	3,66	3,51	3,43	3,34	3,25	3,19
14	3,94	3,80	3,66	3,51	3,35	3,27	3,18	3,09	3,03
15	3,80	3,67	3,52	3,37	3,21	3,13	3,05	2,96	2,89
16	3,69	3,55	3,41	3,26	3,10	3,02	2,93	2,84	2,78
17	3,59	3,46	3,31	3,16	3,00	2,92	2,83	2,75	2,68
18	3,51	3,37	3,23	3,08	2,92	2,84	2,75	2,66	2,59
19	3,43	3,30	3,15	3,00	2,84	2,76	2,67	2,58	2,51
20	3,37	3,23	3,09	2,94	2,78	2,69	2,61	2,52	2,44
21	3,31	3,17	3,03	2,88	2,72	2,64	2,55	2,46	2,38
22	3,26	3,12	2,98	2,83	2,67	2,58	2,50	2,40	2,33
23	3,21	3,07	2,93	2,78	2,62	2,54	2,45	2,35	2,28
24	3,17	3,03	2,89	2,74	2,58	2,49	2,40	2,31	2,24
25	3,13	2,99	2,85	2,70	2,54	2,45	2,36	2,27	2,19
26	3,09	2,96	2,81	2,66	2,50	2,42	2,33	2,23	2,16
27	3,06	2,93	2,78	2,63	2,47	2,38	2,29	2,20	2,12
28	3,03	2,90	2,75	2,60	2,44	2,35	2,26	2,17	2,09
29	3,00	2,87	2,73	2,57	2,41	2,33	2,23	2,14	2,06
30	2,98	2,84	2,70	2,55	2,39	2,30	2,21	2,11	2,03
40	2,80	2,66	2,52	2,37	2,20	2,11	2,02	1,92	1,83
60	2,63	2,50	2,35	2,20	2,03	1,94	1,84	1,73	1,63
80	2,55	2,42	2,27	2,12	1,94	1,85	1,75	1,63	1,53
100	2,50	2,37	2,22	2,07	1,89	1,80	1,69	1,57	1,47
500	2,36	2,22	2,07	1,92	1,74	1,63	1,52	1,38	1,23