CIÊNCIA, DETERMINAÇÃO E ARTE: OS QUADRADOS MÁGICOS E A COMPOSIÇÃO

Danilo Cesar Guanais de Oliveira
Doutorado Interinstitucional UNIRIO – UFRN
PPGM – Doutorado em Composição
SIMPOM: Subárea de Composição

Resumo
Serão analisados aspectos históricos e estruturais dos quadrados mágicos e apresentados os materiais resultantes dessa investigação para efeito da composição de uma obra para coro, solistas e orquestra, a *Paixão*. O quadrado mágico, um dispositivo de características de construção matemáticas, adquiriu contornos místicos ao longo da história, por suas propriedades de simetria e beleza. O processo criativo dentro de uma perspectiva determinística, procura analisar o papel de estruturas pré-estabelecidas para a obtenção de materiais destinados a integrar o repertório de elementos pré-composicionais.

Palavras-chave: música; composição; quadrados mágicos.

Introdução

O Renascimento italiano foi pródigo em relações entre ciência e arte. Na esteira da criação artística mais humanista, as obras revestiam-se de elementos que traduziam um namoro entre ciência e arte nunca visto. Naturalmente, há diferenças marcantes. Enquanto a ciência estende os limites de sua investigação, análise e síntese até a descoberta e compreensão, propondo a sua *codificação*, a arte, por sua vez, amplia sua ação à reprodução e recriação, portanto, *construindo* a partir dela (PLAZA, 2003, pg. 39). Entretanto, embora existam muitos exemplos que refletem a confluência entre esses interesses em ambos os domínios, eles são mais notáveis sob a ótica da arte. As pinturas, gravuras e desenhos renascentistas revelam informações precisas do ponto de vista científico, sobre a natureza da luz, do movimento e das estruturas anatômicas. A geometria empresta seus princípios para permitir um enquadramento de imagens numa perspectiva precisa dentro de uma obra bidimensional. Essas relações aparecem também quando observamos qualquer entre os milhares de detalhes da obra do maior ícone desta interação: Leonardo da Vinci. Arte e ciência, quando observadas em sua natureza primordial, compartilham mais de similaridades que de discrepâncias.

Embalado por reflexões a respeito deste tipo de similaridade, propus, para a construção de uma obra para coro, solistas e orquestra, a *Paixão*, a adoção de um princípio de determinação apropriadamente místico e científico ao mesmo tempo, capaz de traduzir meus interesses em partir de um aspecto baseado na ciência (a matemática e a lógica, no caso) para a obtenção de materiais musicais (séries de 12 ou 16 notas): o *quadrado mágico*.

O quadrado mágico

Esse tipo de estratégia composicional, que faz uso do princípio de integralização das notas musicais, foi experimentado antes por outros compositores, com interesses semelhantes. É o caso de Peter Maxwell Davies, conhecido por usar quadrados mágicos como determinante de várias obras, como em *Ave Maris Stela* (os quadrados mágicos utilizados por Peter Maxwell Davies não são exatamente do tipo regular, mas do tipo *latino*, em que os algarismos aparecem repetidos em todas as linhas) (GRIFFITHS, 1995), de Leo Brower, que utiliza versões visuais de quadrados mágicos do artista plástico Paul Klee na composição de obras como *Parábola*, de 1973, e na *Sonata para Violão Solo*, de 1990 e de Adam Scott Neal (n. 1981), com *Pachamama*, para três percussionistas e *Magic Square Music 1*, uma composição sonoro-visual produzida com o software MAX/MSP e veiculada no sítio *YouTube*, em que o quadrado mágico determina vários componentes melódicos e rítmicos da obra. Além deles, Zack Browning (n. 1953), compositor profícuo, encontra nos quadrados mágicos a motivação para a criação de imensa parte de sua obra. Segundo ele,

> Desde 1995, várias composições foram escritas para performances ao vivo com sons gerados a partir de computadores, que pertencem a uma série original de música experimental que incorpora quadrados mágicos como modelos composicionais. Essas composições têm foco nas aplicações estruturais dos quadrados mágicos à forma musical e às possibilidades tímbrísticas da música computacional produzida pela GACSS (Genetic Algorithms in Composition and Sound Synthesis), que é um pacote de software original, desenvolvido por Benjamin Grosser (BROWNING, 2010).

Peter Maxwell Davies, em entrevista ao sítio Angelfire.com, em janeiro de 1988, afirma:

> Se você usa antigos e tradicionais quadrados mágicos — e refiro-me aos que tenho usado — e faz um uso consistente, isso resulta em determinadas simetrias, porque padrões numéricos surgem reincidentemente. Ele determina coisas como sequências de notas. Uma frase terá equilíbrio em si própria. As notas serão recorrentes em uma transição, e isso é uma base muito útil, um molde que suporta as idéias de alguém. Uma coisa que gostaria de chamar a atenção, porém, é que eu não sento com um gráfico de papel na minha frente fazendo música com ele. Você aprende a coisa, de

> modo que possa tê-la na sua cabeça; caso contrário, seria entediante, penso (...) (BUNDLER, 2001).

Sobre esse tipo de relação entre intelecto e criação, Julio Plaza afirma ainda:

> Estes aspectos servem para demonstrar a capacidade tradutora do cérebro humano em relação ao tema que nos ocupa, ou seja, a colaboração entre o sensível e o inteligível. (...). Já quando a arte entra no estágio de formulação, surge a especialização pelo "raciocínio perceptual" e assim a arte se doa ao mundo como arte determinada (música / pintura / dança / cinema / etc.) desmistificando, com isso, a ideológica dicotomia entre teoria e prática, saber e fazer (PLAZA, 2003. pg. 41).

Não se tem uma idéia precisa de quando o quadrado mágico foi utilizado pela primeira vez. Andrews (2004) menciona referências a ele na literatura chinesa, por volta de 1125 A.C., esclarecendo que, já no século IX da era cristã, era utilizado por astrólogos árabes na determinação dos horóscopos pessoais. Por esta época, quando alquimistas consideravam o quadrado mágico uma das chaves para se conseguir a transmutação dos metais em ouro, ele se materializava como símbolo religioso ou ferramenta divina. Seja como for, o quadrado mágico sempre despertou curiosidade pelas suas características intrigantes de simetria, estranheza e beleza. Quando perdeu seu simbolismo místico, o quadrado mágico continuou a despertar atenção, agora de matemáticos, interessados em suas propriedades numéricas e lógicas.

Um quadrado mágico regular é obtido quando um conjunto de números é disposto numa construção de linhas e colunas de mesmo número de casas, de tal forma que a soma dos algarismos das colunas, das linhas e das duas principais diagonais (as maiores) seja sempre o mesmo (Weisstein lembra que essa soma é chamada *constante mágica)*. Pickover (2002, p. 1) também menciona os termos *número mágico* e *soma mágica*). Caso a soma das diagonais secundárias (obtidas pela junção das diagonais menores por complementaridade) também seja igual a essa constante, o quadrado mágico é chamado panmágico (ou diabólico, ou pandiagonal, ou Nasik).

O quadrado regular mínimo tem nove casas, dispostas num quadrado 3 x 3. Um quadrado de ordem 4 (4x4) tem dezesseis casas e apresenta um número maior de possibilidades de simetria. Além das diagonais secundárias (neste caso, as quatro possibilidades de 3 + 1 (no exemplo seguinte: 7+[6+10+11]; [16+13+1]+4; [2+3+15]+14; 9+[12+8+5]), mais as duas outras possibilidades de 2 + 2 (no mesmo exemplo: [2+12]+[15+5] e [16+6]+[1+11]), ele apresenta também outros conjuntos de quatro casas em disposições simétricas. No exemplo abaixo, o quadrado *Chautisa Yantra*, encontrado no templo Parshvanath Jain, em Khajuraho, Índia, datando do século X, possui características de simetria peculiares. Entre elas, pode-se notar que, além das colunas, linhas e diagonais principais, todas as diagonais secundárias (3+1 ou 2+2), todos os sub-quadrados 2x2, todos os extremos dos sub-quadrados 3x3 e os extremos do próprio quadrado 4x4 também somam 34. Este quadrado mágico é tido como o “mais perfeito” entre os classificados como panmágicos.

				34
7	12	1	14	34
2	13	8	11	34
16	3	10	5	34
9	6	15	4	34
34	34	34	34	34

Figura 1.

Por volta de 1510, o tratado *De Occulta Philosophia*, de Cornelius Agrippa, teve enorme influência em toda a Europa, até a Contra-Reforma. Nele os quadrados mágicos construídos com a sequência normal de números a partir de 1 são associados aos elementos astronômicos. O quadrado 4x4, de soma 34, foi associado a Júpiter.

Em 1693, capitaneada pela explosão de estudos franceses sobre o assunto, foram enumeradas as 880 soluções do quadrado 4 x 4. Entre essas possibilidades, 48 exemplares são quadrados panmágicos.

Como este estudo tem por objetivo a adoção de um dos modelos como determinante de um conjunto de séries para a composição da *Paixão*, restringi minha escolha aos exemplares 4x4 por serem os que mais se aproximam do total 12, característico de uma série dodecafônica. Além disso, como pretendo que as séries comecem efetivamente pelo dó natural (integral 0), observei apenas os quadrados com o algarismo 1 nos cantos. Após a análise das principais soluções encontradas entre as 880 possibilidades distintas para um quadrado mágico desta ordem, minha escolha recaiu num exemplar específico, não do tipo panmágico, como os exemplificados acima, mas um que ajuda a estabelecer uma conexão mais forte ainda entre Arte e Ciência.

O quadrado mágico e a "série Dürer"

Trata-se do quadrado mágico Dürer, cujo nome deriva do fato de ele aparecer numa obra de arte, uma gravura do pintor alemão Albrecht Dürer (1741-1528), intitulada *Melencolia I*, de 1514.

Figura 2. Albrecht Dürer: *Melencolia 1*. Gravura (1514). The Metropolitan Museum of Art, New York.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Figuras 3 e 4. Quadrado mágico Dürer.

O quadrado mágico Dürer, atendendo aos propósitos da sua escolha, é então refletido diagonalmente, de modo que o numeral 1 ocupe o canto superior esquerdo. Todos os algarismos são então reduzidos em uma unidade para produzir a integral 0, ponto de partida para a obtenção das séries (a partir da sequência horizontal ou vertical dos números).

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Figura 5. Eixo de reflexão.

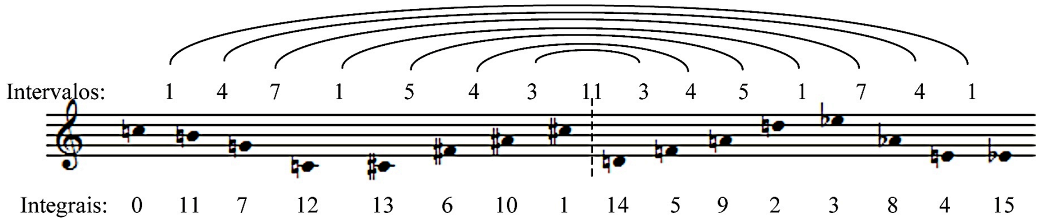
				30
0	11	7	12	30
13	6	10	1	30
14	5	9	2	30
3	8	4	15	30
30	30	30	30	30

Figura 6. Quadrado mágico Dürer modificado.

A. Série "Dürer I", de dezesseis notas, resultado da disposição horizontal dos números (da esquerda para a direita; de cima para baixo):

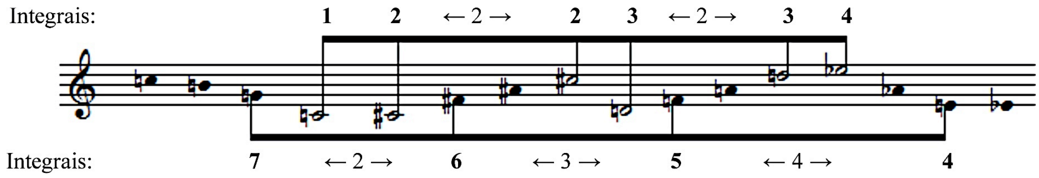
Exemplo 1.

Em termos dos intervalos constituintes, esta série é absolutamente simétrica em relação a um eixo imaginário, que corta um intervalo central de sétima maior, sendo que sua constituição intervalar não apresenta nem intervalos de tom nem trítonos. A retrogradação da série invertida produz a mesma série novamente, o que faz com que o conjunto possua um enorme grau de combinatorialidade entre seus subgrupos. Nesta série, cada subconjunto de quatro notas adjacentes começa e termina pela mesma nota.



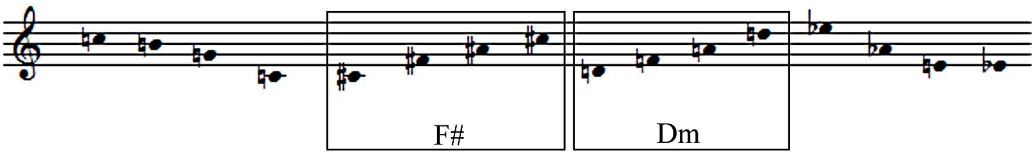
Exemplo 2.

Além disso,vários conjuntos seqüenciais são separados por razões aritméticas diversas, gerando subgrupos de integrais. Por exemplo:



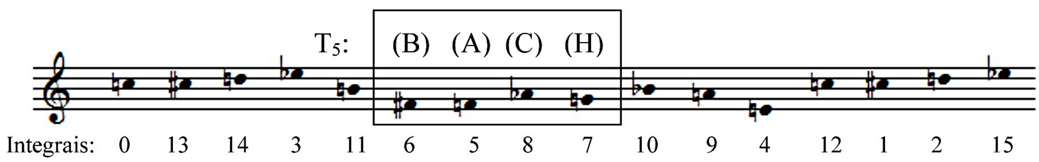
Exemplo 3.

Os conjuntos centrais dessa série geram também harmonias triádicas:



Exemplo 4.

B. Série "Dürer II", de dezesseis notas, resultado da disposição vertical dos números (de cima para baixo; da esquerda para a direita). Esta série apresenta em seu interior o tema B-A-C-H em sua configuração intervalar característica.



Exemplo 5.

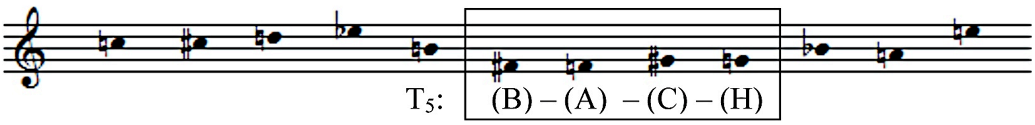
Esta série começa e termina com o mesmo tetracorde {0;1;2;3}. Os tetracordes centrais, por sua vez, são o retrógrado da inversão, um do outro.

Se observarmos os *intervalos não ordenados de classes-de-*notas, veremos que na série só aparecem os intervalos 1, 3, 4 e 5, o que denota um excelente grau de homogeneidade intervalar. Sua estrutura intervalar, da mesma maneira que na série Dürer I, é simétrica em relação ao eixo imaginário que corta o intervalo central (8-7). Da mesma forma, seus dois conjuntos de oito notas, bem como os quatro conjuntos de quatro notas são relacionados entre si pelas combinações operacionais típicas da teoria dodecafônica (transposição, inversão, retrogradação e inversão da retrogradação).

C. Série "Dürer III", dodecafônica, resultado da omissão da coluna da direita, complementar 12 da primeira coluna, observando a disposição horizontal dos números.

Exemplo 6.

D. Série "Dürer IV", dodecafônica, resultado da omissão da mesma coluna da direita, observando a disposição vertical dos números. A série é obtida pela simples omissão do último tetracorde da série Dürer II. Sua estrutura apresenta características semelhantes às das outras séries anteriores. Também contém em seu interior o tema B-A-C-H.



Exemplo 7.

Além do quadrado Dürer, foi escolhido um outro cuja configuração possui conotações óbvias com a composição de uma Paixão. Trata-se do singular quadrado "Sagrada Família", encontrado na fachada da Igreja da Sagrada Família (daí sua denominação), em Barcelona, Espanha. Este quadrado mágico, apesar de também apresentar o mesmo resultado na soma de suas colunas, linhas e diagonais principais, não é um quadrado normal regular. Os algarismos 10 e 14 estão repetidos e faltam os algarismos 12 e 16. É baseado numa rotação dupla do quadrado Dürer, com a redução de uma unidade em quatro das casas. Isso é feito com o propósito de se obter a constante mágica 33, a idade de Jesus Cristo na época da Paixão.

				33
1	14	14	4	33
11	7	6	9	33
8	10	10	5	33
13	2	3	15	33
33	33	33	33	33

Figura 7.

Como este quadrado mágico não apresenta colunas nem linhas em relação de complementaridade 12 a ser desconsideradas, obtêm-se, com ele, duas séries de 16 notas cada (optei por utilizar o conjunto original, sem a integral 0, para preservar a referência os 33 anos de idade de Cristo, obtida apenas pela soma dos algarismos originais):

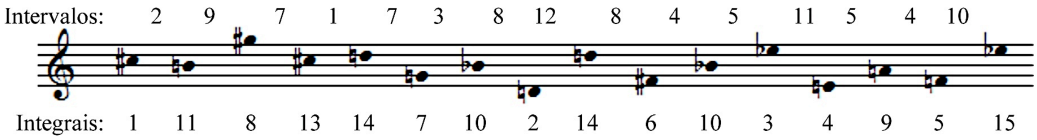
Série "Sagrada Família" I, bastante semelhante à série Dürer II, com poucas modificações em relação às características intervalares e simétricas daquela. As diferenças ocorrem devido às notas modificadas.

Exemplo 8.

Série "Sagrada Família" II:

Exemplo 9.

A característica mais marcante desta série peculiar é a sua possibilidade de estruturar-se de modo a apresentar todos os intervalos até a oitava, *exceto o trítono* (que, por uma esquisita coincidência é conhecido como *diabolus in musica*). Sua presença na *Paixão* assume um caráter extremamente *simbólico*, no verdadeiro sentido da palavra (símbolo = o que une / diábolo = o que separa)



Exemplo 10.

A simetria intervalar, patrocinada pela complementaridade entre a maioria dos pares de intervalos em posições simétricas, só não é perfeita em razão da modificação de notas, feitas quando da modificação do quadrado mágico original.

Conclusão

A inclusão dos quadrados mágicos no processo composicional da *Paixão* como elementos determinantes ao mesmo tempo místicos e científicos confere à obra um componente que apesar de partir de indicações pré-composicionais, oferece possibilidades de manipulação que permitem uma configuração mais pessoal dos materiais empregados. Sua utilização é, na verdade, a incorporação de uma estrutura cujas características naturais, no momento em que servem como determinantes na obtenção de elementos composicionais, propõem uma construção musical numa perspectiva mais ampla que a da simples criação individual, já que pactua com realidades matemáticas estáveis e com seu uso histórico por outros artistas e pensadores.

Referências bibliográficas

ANDREWS, William Symes. *Magic Square and Cubes*. New York: Cosimo, 2004.

BROWNING, Zack. *Composition*. In: Zack Browning Home Page, disponível em <http://www.zackbrowning.com/home/compositions.htm>. Acesso em: 10 mai. 2010

BUNDLER, David. *Peter Maxwell Davies*. In: Site Angelfire. Disponível em http://www.angelfire.com/music2/davidbundler/maxwelldavies.html. Copyright do autor: 2001. Acesso em: 10 mai. 2010.

GRIFFITHS, Paul. *Enciclopédia da música do Século XX.* São Paulo: Martins Fontes, 1995.

PICKOVER, Clifford A. *The Zen of Magic Squares, Circles, and Stars:* An Exhibition of Surprising... New Jersey: Princeton University Press, 2002.

PLAZA, Julio. *Arte/Ciência*: uma consciência. In Ars – Revista do Departamento de Artes Plásticas ECA-USP. Número 1. julho de 2003. http://www.cap.eca.usp.br/ars1.htm. Acessado em 08/05/2010.

WEISSTEIN, Eric W. "*Magic Square*" From *MathWorld*-A Wolfram Web Resource. http://mathworld.wolfram.com/MagicSquare.html. Acessado em 09/05/2010.

Bibliografia sugerida

KARLSON, Paul. *A magia dos números*. Rio de Janeiro: Globo, 1961.

OLIVEIRA, J. P. *Teoria Analítica da Música do Século XX.* Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 1998.

OLLERENSHAW, Kathleen; BRÉE, David. *Most perfect pandiagonal magic squares*: their construction and enumeration. Southend-on-Sea (Inglaterra): Institute of Mathematics and its Application, 1998.

SCHÜLER, Nico. *Zack Browning and Eun-Bae Kim*: Diversity in Music. International Center for New Music (ICNM). http://www.icnm.org/research/reviews/browning1.html. Acesso em: 10 mai. 2010.

WEISSTEIN, Eric W. "*Panmagic Square*" From MathWorld-A Wolfram Web Resource. http://mathworld.wolfram.com/PanmagicSquare.html. Acesso em: 10 mai. 2010.

Sítios na Internet (exemplos de obras citadas)

http://www.youtube.com/watch?v=IwEna5f5qFg.

http://www.zackbrowning.com/home/compositions.htm